

УДК 531.3: 677.023

Исследование нестационарных режимов работы машины для перемотки ткани

Е.В. Харченко^a, Х.А. Высоцкая^b, Р.А. Ковальчук^c

Национальный университет «Львовская политехника», Карпинского 4, Львов, Украина

^akharchenko@wp.pl, ^bhb1976@mail.ru, ^croma_kov@meta.ua

Статья поступила 12.01.2014, принята 16.04.2014

Динамические явления, возникающие в нестационарных режимах работы перемоточной машины, существенно сказываются на усилиях в ветвях ткани, точности укладки материала в рулон и, соответственно, на качестве швейных изделий. В статье рассматриваются результаты математического моделирования и экспериментальных исследований нестационарных процессов в перемоточной машине, включающей в себя частотно управляемый асинхронный двигатель, червячную и ременную передачи, ведущий и ведомый барабаны с тканью и взаимодействующие с перематываемым материалом промежуточные ролики. Расчет нестационарных процессов выполняется путем совместного интегрирования уравнений электромагнитных явлений в двигателе и уравнений движения механической системы. Построенная нелинейная система дифференциальных уравнений, описывающих динамические процессы, сведена к задаче Коши. Показано, что обеспечение стабильности натяжения ветвей ткани может быть достигнуто за счет одновременного использования сил сухого и вязкого трения для торможения ведомого барабана и роликов. С целью экспериментальной проверки результатов математического моделирования создана лабораторная установка, на которой исследовано влияние частоты напряжения питающей сети на временную зависимость и максимальное значение усилия натяжения ткани на участке, непосредственно примыкающем к ведущему барабану. Полученные результаты показали, что предложенная математическая модель нестационарных процессов обладает достаточной для инженерной практики точностью.

Ключевые слова: машина для перемотки ткани, нестационарные режимы работы, колебательные явления, математическое моделирование, метод тензометрирования.

Research of the unstationary working modes for textile rewinding machine

Y.V. Kharchenko^a, K. A. Vysotska^b, R. A. Kovalchuk^c

National State University «Lvivska Polytechnika», 4 Karpinsky St., Lviv, Ukraine

^akharchenko@wp.pl, ^bhb1976@mail.ru, ^croma_kov@meta.ua

Received 12.01.2014, accepted 16.04.2014

The dynamic phenomena, occurring in non-stationary process of the rewinding machine, have some significant impact on the efforts in the textile branches, the exactness of fabric winding and, thus, on the quality of textile wares. This article discusses the results of mathematical modeling and experimental research of unstationary processes in rewinding machine including a frequency-controlled induction motor, worm and belt transmission, driving and driven drums with textile and intermediate rollers, interacting with the rewinding material. The calculation of unstationary processes is performed by co-integration of the equations of the electromagnetic phenomena in the motor and the equations of motion of a mechanical system. Nonlinear system of differential equations describing the dynamic processes has been established and reduced to the Cauchy problem. It has been shown that ensuring the stability of the tension of textile branches can be achieved by simultaneous usage both the driven drum and intermediate rollers of dry and viscous friction for braking. To verify the results of mathematical modeling experimentally the laboratory facility has been made, which has helped to investigate the influence of the supply voltage frequency on the time dependence and the maximum textile tensile force of the site adjoined to the driving drum. The results have shown that the proposed mathematical model of unstationary processes is sufficiently accurate for engineering practice.

Keywords: textile rewinding machine, unstationary working modes, oscillatory occurrences, mathematical modeling, strain measurement method.

Введение. Перемотка ткани является важным технологическим процессом, который широко используется в швейной промышленности с целью подготовки рулонов к пошиву изделий на автоматизированных линиях. Принцип действия, устройство и технические характеристики перемоточных машин приведены в

работах [2, 5, 11]. Динамические явления, возникающие в нестационарных режимах работы перемоточной машины, существенно сказываются на точности укладки материала в рулон и, соответственно, на качестве швейных изделий. Характер протекания переходных процессов, а также максимальные нагрузки в ветвях

ткани определяются не только упруго-инерционными параметрами элементов механической системы, но и динамическими свойствами приводного двигателя [6, 8]. В связи со сложностью создания систем автоматизированного управления пуском электрических двигателей и работой тормозов [2, 10, 11] для сглаживания динамических усилий в ветвях ткани применяют механические и электромагнитные натяжные устройства [1, 9, 12]. Математические модели динамических явлений в механизмах перемоточных машин с натяжными устройствами рассматриваются в работах [8, 14, 15]. Уделяется внимание исследованиям динамики подвижных гибких тяговых элементов в виде нитей или лент [3, 7, 9, 14]. Проводится экспериментальное изучение механических характеристик тканей [19].

Для предотвращения ослабления ветвей ткани, а также уменьшения влияния колебаний динамических усилий в материале на точность формирования свитка возникает необходимость поиска рациональных технических решений, которые обеспечивали бы плавность работы машины в нестационарных режимах. В статье рассматриваются результаты математического моделирования и экспериментальных исследований нестационарных процессов в перемоточной машине, включающей асинхронный двигатель, червячную и ременную передачи, ведущий и ведомый барабаны с тканью и взаимодействующие с перематываемым материалом промежуточные ролики. Исследования направлены на обеспечение плавной работы и уменьшение динамических нагрузок в элементах системы за счет использования демпфирующих устройств, устанавливаемых на валах ведомого барабана и направляющих роликов.

1. Математическая модель процессов пуска перемоточной машины. Рассмотрим перемоточную машину, механическая система которой включает асинхронный двигатель, червячную и две ременные передачи, шкивы с наматываемым и сматываемым рулонами ткани и направляющие ролики. Расчетная схема системы изображена на рис. 1, где J_1 – момент инерции ротора двигателя с ведущим шкивом первой ременной передачи; J_2 – момент инерции червячного редуктора с присоединенными шкивами ременных передач, приведенный к ведомому валу редуктора; J_3 – момент инерции ведущего барабана со шкивом и наматываемым свитком; J_4, J_5, J_6, J_7 – моменты инерции промежуточных роликов; J_8 – момент инерции ведомого барабана со сматываемым свитком; c_{12}, c_{23} – коэффициенты жесткости ветвей ременных передач; $c_{34}, c_{45}, c_{56}, c_{67}, c_{78}$ – коэффициенты жесткости ветвей перематываемой ткани; $v_{12}, v_{23}, v_{34}, v_{45}, v_{56}, v_{67}, v_{78}$ – коэффициенты вязкого трения соответствующих звеньев; r_1, r_2', r_2'', r_3' – радиусы шкивов ременных передач; r_3'' и r_8 – внешние радиусы наматываемого и сматываемого рулонов ткани; r_4, r_5, r_6, r_7 – радиусы промежуточных роликов; M_1 – электромагнитный момент асинхронного двигателя; M_2, M_3, \dots, M_8 – моменты трения, возникающие в опорах и тормозных устройствах перемоточной машины. Углы поворота элементов механической системы обозначаем как $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_8$, а угловые скорости – как $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_8$.

Расчет нестационарных процессов пуска перемоточной машины выполняем путем совместного интегрирования уравнений электромагнитных явлений в двигателе и уравнений движения механической системы. Предполагаем, что в процессе движения механической системы моменты инерции барабанов, а также внешние радиусы наматываемого и сматываемого рулонов изменяются согласно зависимостям:

$$J_3 = J_{30}(1 + \alpha_3 \varphi_3); r_3'' = r_{30}''(1 + \beta_3 \varphi_3);$$

$$J_8 = J_{80}(1 + \alpha_8 \varphi_8); r_8 = r_{80}(1 + \beta_8 \varphi_8), \quad (1)$$

где $\alpha_3, \alpha_8, \beta_3, \beta_8$ – постоянные коэффициенты.

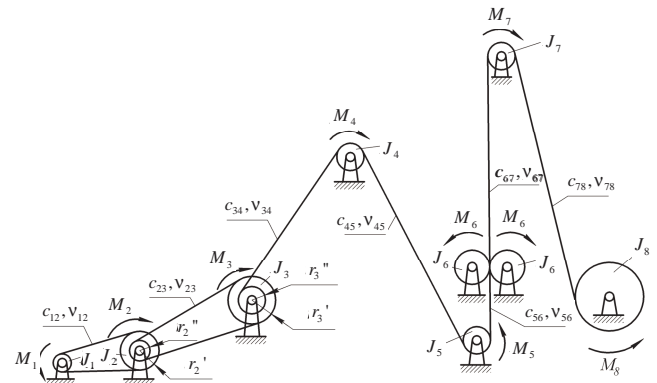


Рис. 1. Расчетная схема механической системы перемоточной машины

Уравнения движения механической системы, полученные по схеме уравнений Лагранжа второго рода, записываем в виде:

$$J_1 \frac{d\omega_1}{dt} + 2c_{12}r_1(r_1\varphi_1 - r_2'u\varphi_2) + 2v_{12}r_1(r_1\omega_1 - r_2'u\omega_2) = M_1; \quad (2)$$

$$J_2 \frac{d\omega_2}{dt} - 2c_{12}r_2'u(r_1\varphi_1 - r_2'u\varphi_2) - 2v_{12}r_2'u(r_1\omega_1 - r_2'u\omega_2) + 2c_{23}r_2''(r_2''\varphi_2 - r_3'\varphi_3) + 2v_{23}r_2''(r_2''\omega_2 - r_3'\omega_3) = -M_2; \quad (3)$$

$$J_3(1 + \alpha_3\varphi_3) \frac{d\omega_3}{dt} + \frac{1}{2}J_3\alpha_3\omega_3^2 - 2c_{23}r_31(r_2''\varphi_2 - r_3'\varphi_3) - 2v_{23}r_3'(r_2''\omega_2 - r_3'\omega_3) + c_{34}r_3''(1 + \beta_3\varphi_3)[\varphi_3r_3''(1 + \beta_3\varphi_3) - \varphi_4r_4] + v_{34}r_3''(1 + \beta_3\varphi_3)[\omega_3r_3''(1 + \beta_3\varphi_3) - \omega_4r_4] = -M_3; \quad (4)$$

$$J_4 \frac{d\omega_4}{dt} - 2c_{34}r_4[\varphi_3r_3''(1 + \beta_3\varphi_3) - \varphi_4r_4] - v_{34}r_4[\omega_3r_3''(1 + \beta_3\varphi_3) - \omega_4r_4] +$$

$$+c_{45}r_4(\varphi_4r_4 - \varphi_5r_5) + v_{45}r_4(\omega_4r_4 - \omega_5r_5) = -M_4; \quad (5)$$

$$J_5 \frac{d\omega_5}{dt} - c_{45}r_5(\varphi_4r_4 - \varphi_5r_5) - v_{45}r_5(\omega_4r_4 - \omega_5r_5) + \\ + c_{56}r_5(\varphi_5r_5 - \varphi_6r_6) - v_{56}r_5(\omega_5r_5 - \omega_6r_6) = -M_5; \quad (6)$$

$$J_6 \frac{d\omega_6}{dt} - c_{56}r_6(\varphi_5r_5 - \varphi_6r_6) - v_{56}r_6(\omega_5r_5 - \omega_6r_6) + \\ + c_{67}r_6(\varphi_6r_6 - \varphi_7r_7) + v_{67}r_7(\omega_6r_6 - \omega_7r_7) = -M_6; \quad (7)$$

$$J_7 \frac{d\omega_7}{dt} - c_{67}r_7(\varphi_6r_6 - \varphi_7r_7) - v_{67}r_7(\omega_6r_6 - \omega_7r_7) + \\ + c_{78}r_7[\varphi_7 - \varphi_8r_{80}(1 - \beta_8\varphi_8)] + \\ + v_{78}r_7[\omega_7r_7 - \omega_8r_{80}(1 - \beta_8\omega_8)] = -M_7 \quad (8)$$

$$J_{80}(1 + \alpha_8\varphi_8) \frac{d\omega_8}{dt} + \frac{1}{2}I_{80}\alpha_8\omega_8^2 - \\ - c_{78}r_{80}(1 + \beta_8\varphi_8)[\varphi_7r_7 - \varphi_8r_{80}(1 + \beta_8\varphi_8)] - \\ - v_{78}r_{80}(1 + \beta_8\varphi_8)[\omega_7r_7 - \omega_8r_{80}(1 + \beta_8\varphi_8)] = -M_8, \quad (9)$$

где

$$M_i = M_{1i} + M_{2i} \quad (i = 2, 3, \dots, 8),$$

причем, M_{1i} и M_{2i} – моменты сил сухого и вязкого трения.

Уравнения (2)–(9) записаны с учетом зависимостей (1), совместно с соотношениями:

$$\frac{d\varphi_i}{dt} = \omega_i \quad (i=1, 2, \dots, 8) \quad (10)$$

описывают движение механической системы.

Начальные значения неизвестных функций, фигурирующих в уравнениях движения, принимаем равными нулю.

Электромагнитные явления в асинхронном двигателе с учетом насыщения магнитопровода описываем уравнениями [20]:

$$\frac{di_S}{dt} = A_S(u + \Omega_S\Psi_S - R_Si_S) + B_S(\Omega_R\Psi_R - R_Ri_R); \\ \frac{di_R}{dt} = A_R(\Omega_R\Psi_R - R_Ri_R) + B_R(u_S + \Omega_S\Psi_S - R_Si_S), \quad (11)$$

где i_S, i_R и u_S – матрицы-столбцы токов и напряжений; A_S, B_S, A_R, B_R – матрицы связей; Ω_S, Ω_R – матрицы частот вращения; Ψ_S, Ψ_R – матрицы-столбцы потокоцеплений. Индекс S указывает на принадлежность величины к обмотке статора, а R – ротора.

Матрицы-столбцы i_S, i_R, u_S определяются уравнениями:

$$i_j (j = S, R) = \text{col}(i_{jx}, i_{jy}); \quad u_S = \text{col}(U_m, 0),$$

где i_{jx}, i_{jy} – проекции токов на координатные оси x, y ; U_m – амплитуда напряжения питания.

Квадратные матрицы A_S, B_S, A_R, B_R определяются зависимостями:

$$A_S = \alpha_S(1 - \alpha_S G); \quad B_S = -\alpha_S \alpha_R G; \\ A_R = \alpha_R(1 - \alpha_R G); \quad B_R = B_S,$$

где:

$$G = \frac{1}{i_m^2} \begin{bmatrix} Ri_x^2 + Ti_y^2 & (R-T)i_x i_y \\ (R-T)i_x i_y & Ti_x^2 + Ri_y^2 \end{bmatrix},$$

причем,

$$R = \frac{1}{\rho + \alpha_S + \alpha_R}; \quad T = \frac{1}{\tau + \alpha_S + \alpha_R}.$$

Здесь i_m, i_x, i_y – намагничивающий ток и его составляющие по осям x, y ; τ, ρ – величины, определяемые по кривой намагничивания, которая является функциональной зависимостью рабочего потокоцепления Ψ_m от намагничивающего тока i_m ; α_S, α_R – величины, обратные индуктивностям рассеяния обмоток статора и ротора.

Матрицы частот вращения:

$$\Omega_S = \begin{bmatrix} 0 & \omega_0 \\ -\omega_0 & 0 \end{bmatrix}; \quad \Omega_R = \begin{bmatrix} 0 & \omega_0 - \omega_R \\ \omega_R - \omega_0 & 0 \end{bmatrix},$$

где ω_0 и ω_R – синхронная угловая скорость двигателя и угловая скорость ротора, выраженные в электрорадианах в секунду. Величины ω_0 и ω_R имеют значения:

$$\omega_0 = 314; \quad \omega_R = \omega_1 \cdot u \cdot p_0,$$

где u – передаточное отношение привода; p_0 – число пар магнитных полюсов.

Матрицы-столбцы полных потокоцеплений обмоток статора и ротора имеют вид:

$$\Psi_S = \frac{1}{\alpha_S} i_S + \frac{1}{\tau} i; \quad \Psi_R = \frac{1}{\alpha_R} i_R + \frac{1}{\tau} i,$$

где:

$$i = \text{col}(i_x, i_y).$$

Величины i_x, i_y, i_m определяются зависимостями:

$$i_x = i_{Sx} + i_{Rx}; \quad i_y = i_{Sy} + i_{Ry}; \quad i_m = \sqrt{i_x^2 + i_y^2}.$$

Значения τ и ρ определяются выражениями:

$$\tau = \frac{i_m}{\Psi_m}; \quad \rho = \frac{di_m}{d\Psi_m}. \quad (12)$$

Электромагнитный момент находим по формуле:

$$M_1 = \frac{3}{2} p_0 \frac{1}{\tau} (i_{Rx} i_{Sy} - i_{Ry} i_{Sx}). \quad (13)$$

Кривую намагничивания представляем в виде:

$$\Psi_m = a_1 i_m + a_2 i_m^3 + a_3 i_m^5, \quad \text{если } i_m > i_{mk};$$

$$\Psi_m = \alpha_m^{-1} i_m, \text{ если } i_m \leq i_{mk}, \quad (14)$$

где i_{mk} – критическое значение намагничивающего тока, по достижении которого зависимость $\Psi_m(i_m)$ становится нелинейной. Тогда величины τ и ρ согласно выражениям (12) определяются зависимостями:

$$\tau = (a_1 i_m + a_2 i_m^2 + a_3 i_m^4)^{-1}, \text{ если } i_m > i_{mk};$$

$$\tau = \alpha_m, \text{ если } i_m \leq i_{mk}; \quad (15)$$

$$\rho = (a_1 i_m + 3a_2 i_m^2 + 5a_3 i_m^4)^{-1}, \text{ если } i_m > i_{mk};$$

$$\rho = \alpha_m, \text{ если } i_m \leq i_{mk}. \quad (16)$$

Для осуществления численного интегрирования дифференциальных уравнений (11) необходимость наличия в памяти компьютера информации о кривой намагничивания (14) отпадает, поскольку в процессе расчета можно использовать непосредственно выражения (15) и (16). Проекция токов на координатные оси в момент начала пуска двигателя равны нулю.

Таким образом, анализ процесса пуска перемоточной машины сводится к численному интегрированию нелинейной системы дифференциальных уравнений (2)–(10), (11) с учетом зависимостей (13), (15), (16). Физические особенности взаимосвязи параметров электромагнитных и механических явлений, а также непостоянство радиусов и моментов инерции ведущего и ведомого барабанов перемоточной машины обуславливают существенную нелинейность полученной системы дифференциальных уравнений, что указывает на необходимость применения численных методов анализа. Построенная система дифференциальных уравнений представлена непосредственно в форме Коши, что значительно упрощает ее интегрирование.

2. Результаты расчета процессов пуска перемоточной машины. На расчетных примерах проиллюстрируем особенности протекания процессов пуска перемоточной машины с частотно управляемым асинхронным двигателем мощностью 2,3 кВт и определим динамические усилия, возникающие в ветвях перематываемого материала. Исходные данные для выполнения расчетов приведены в табл. 1. Моменты сил вязкого трения в опорах вращающихся элементов определяем с помощью зависимостей:

$$M_{2i} = v_i \omega_i \quad (i = 2, 3, \dots, 8).$$

Рассмотрим технологический процесс перематывания ткани типа бязь толщиной 0,25 мм, шириной сувоя 2,2 м, плотностью 175 кг/м³ и модулем упругости 1,0599·10⁷ МПа. Минимальные диаметры ведущего и ведомого барабанов перемоточной машины составляют 73 мм.

В результате математического моделирования процессов пуска перемоточной машины получены временные зависимости электромагнитного момента двигателя и угловых скоростей элементов механической системы (рис. 2), а также усилий в ремнях механических передач и в ветвях ткани (рис. 3).

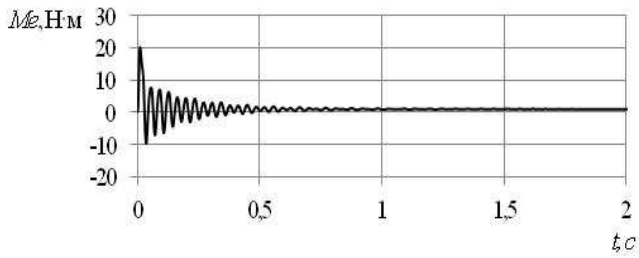
Таблица 1

Параметры электромеханической системы перемоточной машины

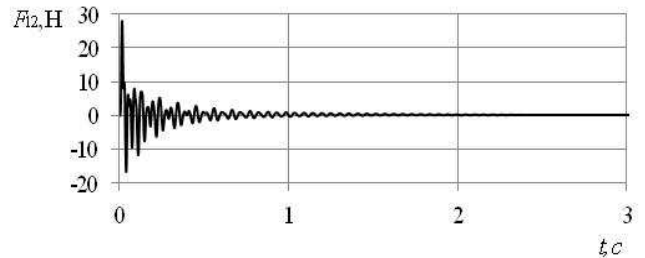
Параметр, единицы измерения	Значение параметра	Параметр, единицы измерения	Значение параметра
p_0	2	c_{67} , Н/м	6308
U_m , В	310,5	c_{78} , Н/м	7116
ω_0 , с ⁻¹	157	r_1 , м	0,0425
R_s , Ом	11,57	r_2' , м	0,0625
R_r , Ом	6,23	r_2'' , м	0,06
α_s , 1/Г	56,72	r_3' , м	0,075
α_r , 1/Г	39,22	r_3'' , м	0,0365
α_m , 1/Г	1,26	r_4 , м	0,0365
J_1 , кг·м ²	0,0014	r_5 , м	0,031
J_2 , кг·м ²	1,01	r_6 , м	0,0365
J_3 , кг·м ²	0,12	r_7 , м	0,0365
J_4 , кг·м ²	0,01548	r_8 , м	0,0477
J_5 , кг·м ²	0,015498	v_1 , Н·м·с	0,00
J_6 , кг·м ²	0,015498	v_2 , Н·м·с	0,02
J_7 , кг·м ²	0,015498	v_3 , Н·м·с	0,10
J_8 , кг·м ²	0,816	v_4 , Н·м·с	0,10
v_{12} , Н·с/м	10	v_5 , Н·м·с	0,10
v_{23} , Н·с/м	10	v_6 , Н·м·с	0,10
v_{34} , Н·с/м	100	v_7 , Н·м·с	0,30
v_{45} , Н·с/м	100	v_8 , Н·м·с	0,45
v_{56} , Н·с/м	100	M_1 , Н·м	M_{E-u}
v_{67} , Н·с/м	100	M_{21} , Н·м	0,1
v_{78} , Н·с/м	100	M_{31} , Н·м	0,1
c_{12} , Н/м	10000	M_{41} , Н·м	0,1
c_{23} , Н/м	150000	M_{51} , Н·м	0,1
c_{34} , Н/м	13048	M_{61} , Н·м	0,1
c_{45} , Н/м	8692	M_{71} , Н·м	0,1
c_{56} , Н/м	4583	M_{81} , Н·м	0,1

Максимальные значения исследуемых усилий в зависимости от частоты напряжения питающей сети приведены в табл. 2.

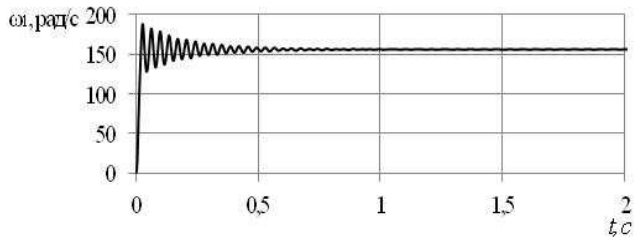
Установлено, что для обеспечения стабильности натяжения ветвей ткани необходимо предусматривать возможность торможения ведомого барабана и роликов силами сухого и вязкого трения.



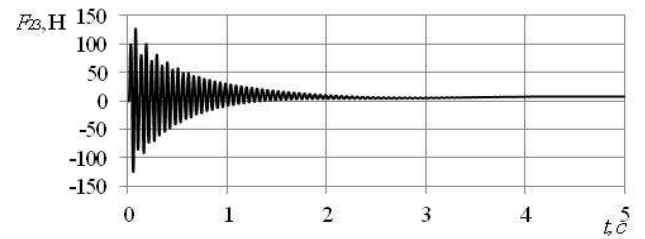
a



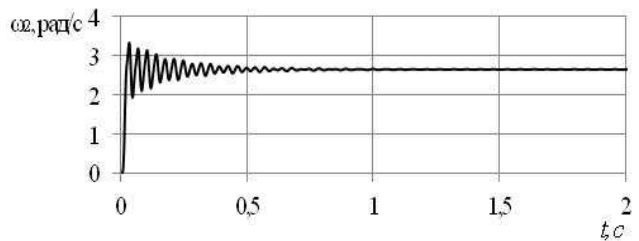
a



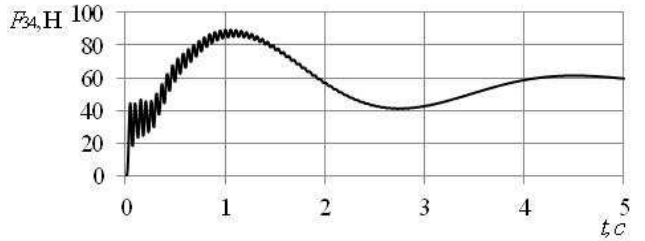
б



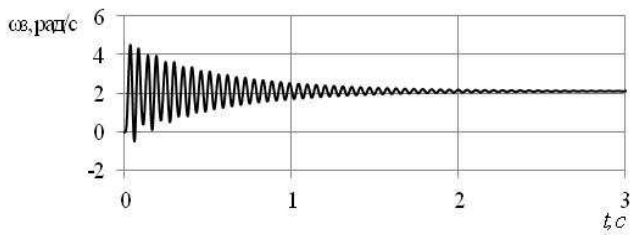
б



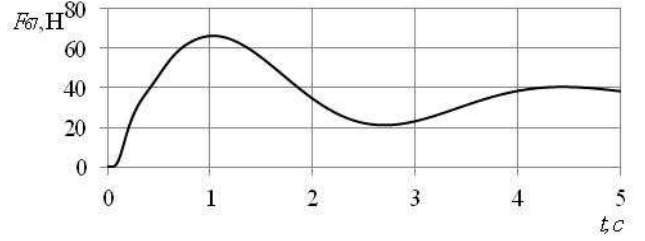
в



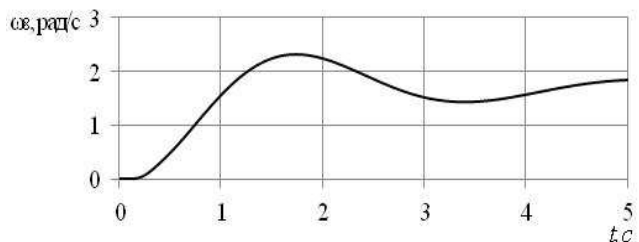
в



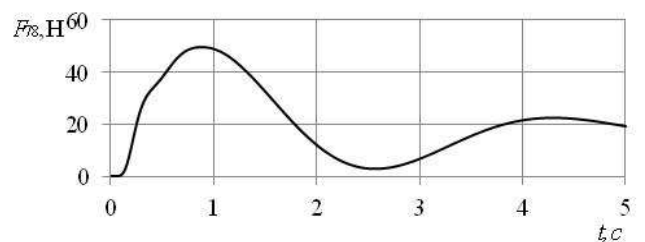
г



г



д



д

Рис. 2. Временные зависимости электромагнитного момента двигателя (*a*) и угловых скоростей вращающихся элементов (*б–д*) в период пуска перемоточной машины при частоте колебаний напряжения источника электроэнергии 50 Гц

Рис. 3. Временные зависимости усилий в ремнях механических передач (*a, б*) и в ветвях ткани (*в–д*) во время пуска перемоточной машины при частоте колебаний напряжения источника электроэнергии 50 Гц

Таблица 2

Максимальные расчетные значения усилий
в ремнях механических передач и в ветвях ткани

Частота колебаний напряжения, Гц	Значение усилия, Н						
	F_{12}	F_{23}	F_{34}	F_{45}	F_{56}	F_{67}	F_{78}
10	2,29	11,76	17,44	16,13	14,43	13,17	9,87
20	7,48	37,33	35,01	32,33	28,92	26,40	19,77
30	14,45	69,48	52,15	48,52	43,46	39,66	29,70
40	21,68	113,86	71,70	64,99	58,02	52,95	39,65
50	28,12	128,13	89,27	81,32	72,63	66,27	49,61
60	33,05	110,43	106,72	97,67	87,27	79,64	59,61
70	36,13	104,54	124,02	114,05	101,96	93,04	69,62

3. Экспериментальное определение динамических усилий в ветвях ткани. С целью экспериментальной проверки результатов математического моделирования динамических процессов создана лабораторная установка, на которой исследовано влияние частоты напряжения питающей сети на временную зависимость и максимальное значение усилия натяжения ткани на участке, непосредственно примыкающем к ведущему барабану.

Лабораторная установка, имитирующая работу перемоточной машины, изображена на рис. 4. Она состоит из приводного асинхронного двигателя 1, ременной передачи с ведомым шкивом 2, червячного редуктора 3, ременной передачи с ведомым шкивом 4, ведущего барабана со шкивом и наматываемым свитком 5, ведомого барабана со сматываемым свитком 6, направляющих роликов 7.

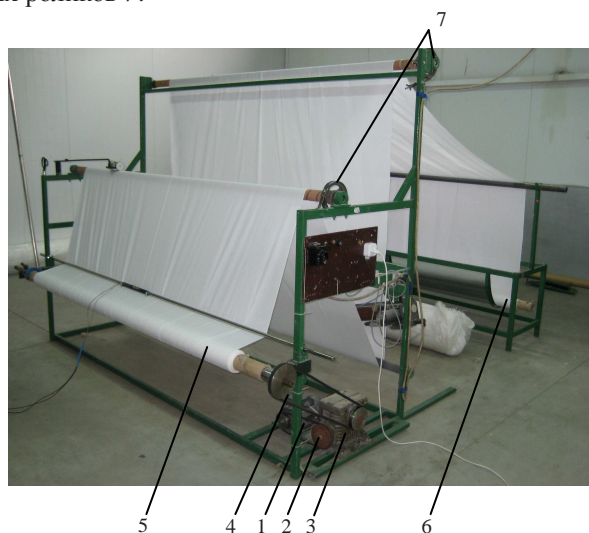


Рис. 4. Лабораторная установка для исследования работы перемоточной машины

После включения установки двигатель приводит в движение механические передачи, ведущий барабан, вследствие чего с помощью ветвей ткани движение передается к направляющим роликам и ведомому барабану. В начальный период разгона машины происходит

натяжение ткани, и возникают колебания в механической системе.

Для экспериментального определения усилия натяжения ткани в процессе перемотки применяем измерительную трубчатую балку, которую шарнирно прикрепляем к раме перемоточной машины (рис. 4) поперек движения материала таким образом, чтобы она прогибалась натянутую ветвь ткани. Предполагая, что напряжения и деформации изгиба балки возрастают пропорционально усилию натяжения ткани, значение указанного усилия определяли с помощью тензорезистора, по деформациям растянутых волокон, находящихся в главной плоскости изгиба посередине балки.

Схема измерительной балки представлена на рис. 5. Изменение прогиба измерительной балки по длине приводит к неравномерному натяжению продольных волокон перематываемого материала, потому относительную продольную деформацию материала записываем как:

$$\varepsilon(x) = \varepsilon_0 - \frac{2y(x) \cdot \cos \alpha}{l}, \quad (17)$$

где ε_0 – относительная деформация, определенная без учета изгиба измерительной балки; $y(x)$ – прогиб балки; α – угол наклона плоскости ткани к плоскости изгиба балки; l – длина ветви, в которой определяется внутреннее усилие.

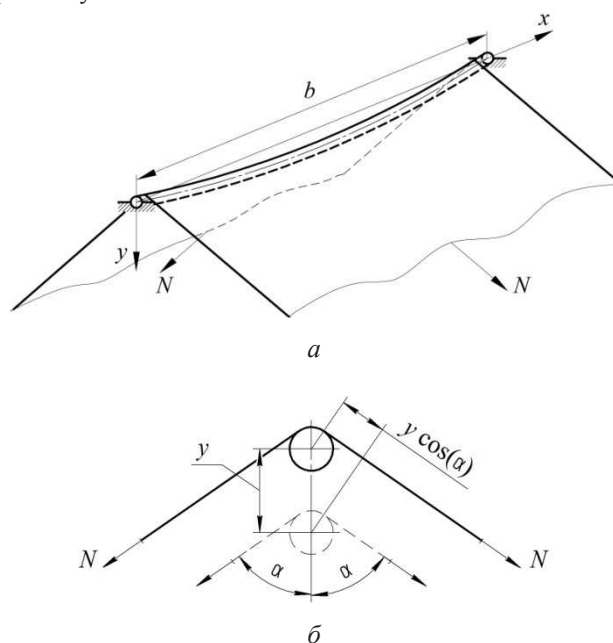


Рис. 5. Схема измерительной балки в рабочем состоянии: а – аксонометрия; б – поперечное сечение

Предполагая, что перематываемый материал подчиняется закону Гука, записываем нормальное напряжение в поперечном сечении ткани в виде:

$$\sigma(x) = E_0 \varepsilon(x), \quad (18)$$

где E_0 – модуль упругости первого рода.

С учетом (17) и (18) получаем:

$$\sigma(x) = E_T \cdot \left(\varepsilon_0 - \frac{2y(x) \cdot \cos \alpha}{l} \right). \quad (19)$$

Пренебрегая силами трения ткани об измерительную балку, продольную силу в ветви ткани определяем как:

$$N = \int_0^b \sigma(x) \delta dx, \quad (20)$$

где δ – толщина ткани.

Подставляя в формулу (20) выражение нормального напряжения (19), получаем:

$$N = E\delta \cdot \left(\varepsilon_0 b - \frac{2 \cos \alpha}{l} \int_0^b y(x) dx \right). \quad (21)$$

Ввиду малости касательных напряжений в материале распределенную нагрузку, действующую на измерительную балку в плоскости ее изгиба, определяем с помощью соотношения:

$$q(x) = 2\delta\sigma(x)\cos \alpha. \quad (22)$$

С учетом (19), (22) получаем окончательную зависимость распределенной нагрузки от продольной координаты балки:

$$q(x) = q_0 - ay(x), \quad (23)$$

где:

$$q_0 = 2E_0\delta\varepsilon_0 \cos \alpha; \quad a = \frac{4E_0\delta \cos^2 \alpha}{l}. \quad (24)$$

Принимая во внимание соотношение (23), определяющее зависимость распределенной нагрузки измерительной балки от продольной координаты, запишем дифференциальное уравнение изогнутой оси балки в виде:

$$EI_z \frac{d^4 y(x)}{dx^4} = q_0 - ay(x). \quad (25)$$

Приняв обозначение:

$$L = \sqrt[4]{\frac{4E \cdot I_z}{a}} \quad (26)$$

и использовав относительную продольную координату:

$$\xi = \frac{x}{L}, \quad (27)$$

преобразуем уравнение (25) к виду:

$$\frac{dy(x)}{dx} + \frac{4}{L^4} y(x) = \frac{q_0}{EI_z}. \quad (28)$$

Принимая постоянную составляющую q_0 распределенной нагрузки балки равной нулю, получаем из уравнения (28) однородное дифференциальное уравнение:

$$\frac{d^4 y}{d\xi^4} + 4y = 0, \quad (29)$$

линейно независимые решения которого представляем в виде функций Крылова:

$$y_1 = ch\xi \cos \xi; \quad y_2 = \frac{1}{2}(ch\xi \sin \xi + sh\xi \cos \xi);$$

$$y_3 = \frac{1}{2}sh\xi \sin \xi; \quad y_4 = \frac{1}{4}(ch\xi \sin \xi - sh\xi \cos \xi), \quad (30)$$

для которых характерными являются следующие дифференциальные зависимости:

$$\frac{dy_1}{d\xi} = -4y_4; \quad \frac{dy_2}{d\xi} = y_1; \quad \frac{dy_3}{d\xi} = y_2; \quad \frac{dy_4}{d\xi} = y_3. \quad (31)$$

Представляя общее решение однородного дифференциального уравнения в виде линейной комбинации функции Крылова (30) и определяя постоянные коэффициенты с учетом соотношений (31), получаем матричное выражение:

$$Y(\xi) = F(\xi)Y(0), \quad (32)$$

где:

$$Y(\xi) = col[y(\xi), y'(\xi), y''(\xi), y'''(\xi)];$$

$$Y(0) = col[y(0), y'(0), y''(0), y'''(0)];$$

$$F(\xi) = \begin{pmatrix} y_1(\xi) & y_2(\xi) & y_3(\xi) & y_4(\xi) \\ -4y_4(\xi) & y_1(\xi) & y_2(\xi) & y_3(\xi) \\ -4y_3(\xi) & -4y_4(\xi) & y_1(\xi) & y_2(\xi) \\ -4y_2(\xi) & -4y_3(\xi) & -4y_4(\xi) & y_1(\xi) \end{pmatrix}.$$

Здесь штрихами обозначены производные по ξ .

Используя формулы для определения углов поворота поперечных сечений балки, изгибающих моментов и поперечных сил:

$$\theta(x) = \frac{dy}{dx}; \quad M(x) = -EI_z \frac{d^2 y}{dx^2}; \quad Q(x) = -EI_z \frac{d^3 y}{dx^3} \quad (33)$$

и соотношения между производными функции прогибов по переменным x и ξ :

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{L} \frac{dy}{d\xi}; \quad \frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{1}{L^2} \frac{d^2 y}{d\xi^2};$$

$$\frac{d^3 y}{dx^3} = \frac{1}{L^3} \frac{d^3 y}{d\xi^3}; \quad \frac{d^4 y}{dx^4} = \frac{1}{L^4} \frac{d^4 y}{d\xi^4}, \quad (34)$$

преобразуем матричное равенство (32) к виду:

$$W(x) = \Phi(x)W(0), \quad (35)$$

где:

$$W(x) = col[y(x), \theta(x), M(x), Q(x)];$$

$$W(0) = col[y(0), \theta(0), M(0), Q(0)];$$

$$\Phi(x) = \begin{pmatrix} y_1\left(\frac{x}{L}\right) & Ly_2\left(\frac{x}{L}\right) & -\frac{L^2}{EI_z}y_3\left(\frac{x}{L}\right) - \frac{L^3}{EI_z}y_4\left(\frac{x}{L}\right) \\ -\frac{4}{L}y_4\left(\frac{x}{L}\right) & y_1\left(\frac{x}{L}\right) & -\frac{L}{EI_z}y_2\left(\frac{x}{L}\right) - \frac{L^2}{EI_z}y_3\left(\frac{x}{L}\right) \\ -\frac{4EI_z}{L^2}y_3\left(\frac{x}{L}\right) & \frac{4EI_z}{L}y_4\left(\frac{x}{L}\right) & y_1\left(\frac{x}{L}\right) & Ly_2\left(\frac{x}{L}\right) \\ \frac{4EI_z}{L^3}y_2\left(\frac{x}{L}\right) & -\frac{4EI_z}{L^2}y_3\left(\frac{x}{L}\right) & -\frac{4}{L}y_4\left(\frac{x}{L}\right) & y_1\left(\frac{x}{L}\right) \end{pmatrix}$$

Учитывая влияние правой части дифференциального уравнения изогнутой оси стержня (28) на прогибы, углы поворота поперечных сечений, изгибающие моменты и поперечные силы в сечениях измерительной балки, матричную зависимость (35) преобразуем к виду:

$$W(x) = \Phi(x)W(0) + W_q(x),$$

где:

$$W_q(x) = \text{col}[y_q(x), \theta_q(x), M_q(x), Q_q(x)],$$

причем:

$$\begin{aligned} y_q(x) &= \frac{q_0 L^3}{EI_z} \int_0^x y_4\left(\frac{x-\eta}{L}\right) d\eta; \\ \theta_q(x) &= \frac{q_0 L^2}{EI_z} \int_0^x y_3\left(\frac{x-\eta}{L}\right) d\eta; \\ M_q(x) &= -q_0 L \int_0^x y_2\left(\frac{x-\eta}{L}\right) d\eta; \\ Q_q(x) &= -q_0 \int_0^x y_1\left(\frac{x-\eta}{L}\right) d\eta. \end{aligned} \quad (36)$$

Вычисляя интегралы (36) и учитывая зависимости (30), (31) и (34), получаем:

$$\begin{aligned} y_q(x) &= \frac{q_0 L^4}{4EI_z} \left[1 - y_1\left(\frac{x}{L}\right) \right]; \\ \theta_q(x) &= \frac{q_0 L^3}{EI_z} y_4\left(\frac{x}{L}\right); \\ M_q(x) &= -q_0 L^2 y_3\left(\frac{x}{L}\right); \\ Q_q(x) &= -q_0 Ly_2\left(\frac{x}{L}\right). \end{aligned}$$

Матричное соотношение (35) дает возможность получить взаимосвязь геометрических и силовых параметров на концах измерительной балки:

$$W(b) = \Phi(b)W(0) + W_q(b). \quad (37)$$

Уравнение (37) содержит восемь неизвестных величин, четыре из которых исключаем, используя условия закрепления концов измерительной балки:

$$y(0) = 0; M(0) = 0; y(b) = 0; y'(b) = 0. \quad (38)$$

С учетом (37), (38) получаем неоднородную систему алгебраических уравнений:

$$\Psi(b) \cdot V(0) = -V_q(b), \quad (39)$$

где:

$$V(0) = \text{col}[\theta(0), Q(0)]; \quad V_q(b) = \text{col}[y_q(b), M_q(b)];$$

$$\Psi(b) = \begin{pmatrix} Ly_2\left(\frac{b}{L}\right) & -\frac{L^3}{EI_z}y_4\left(\frac{b}{L}\right) \\ \frac{4EI_z}{L}y_4\left(\frac{b}{L}\right) & Ly_2\left(\frac{b}{L}\right) \end{pmatrix}.$$

Из системы уравнений (39) определяем недостающие начальные параметры $\theta(0)$ и $Q(0)$, что дает возможность при заданном значении постоянной составляющей погонной нагрузки q_0 определять прогибы измерительной балки, а также углы поворота, изгибающие моменты и поперечные силы ее поперечных сечений.

Зависимость между напряжением изгиба в срединном сечении измерительной балки и усилием натяжения ветви ткани получаем следующим образом. Сначала задаем значение величины q_0 , для которого определяем из системы уравнений (39) начальные параметры измерительной балки и вычисляем с помощью третьего равенства матричного выражения (36) изгибающий момент $M(b/2)$. Нормальное напряжение изгиба в срединном поперечном сечении балки:

$$\sigma(b/2) = \frac{M(b/2)}{W_z},$$

где W_z – осевой момент сопротивления измерительной балки:

$$W_z = \frac{\pi(D^4 - d^4)}{32D},$$

причем, D и d – ее внешний и внутренний диаметры.

Соответствующие данному значению величины q_0 усилие натяжения ветви ткани определяем по формуле (21) с использованием зависимости прогиба измерительной балки от ее продольной координаты согласно первому равенству матричного соотношения (36).

Учитывая линейный характер задачи, для получения графической зависимости $N(\sigma)$ достаточно определения двух ее точек. Для примера на рис. 6 представлена зависимость $N(\sigma)$ для механической системы со следующими характеристиками. Измерительная балка: $E = 2,1 \cdot 10^5$ МПа; $b = 220$ мм; $D = 25$ мм; $d = 18$ мм. Ткань: $E_0 = 1,0599 \cdot 10^7$ МПа; $\delta = 0,25$ мм; $\alpha = 60^\circ$; $l = 3$ м.

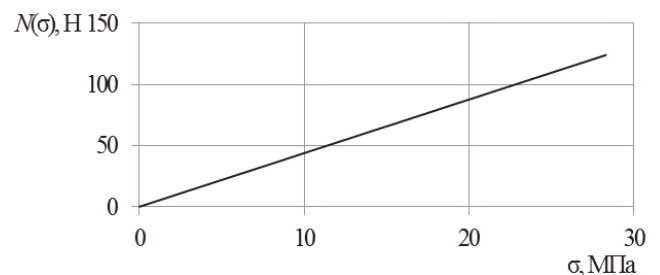


Рис. 6. Зависимость силы натяжения ткани от максимального напряжения в измерительной балке

Таблица 3

Максимальные значения усилий в ветви ткани F_{34} , полученные в процессе экспериментальных исследований

Значение усилия, Н	Частота колебаний напряжения, Гц						
	10	20	30	40	50	60	70
F_{34}	19,3	38,6	57,2	70,0	95,9	110,2	131,1

С помощью измерительного комплекса, включающего измерительную балку с тензорезисторами, аналого-цифровой преобразователь Е14-440 и персональный компьютер (рис. 7), получаем временные зависимости напряжений изгиба балки (рис. 8) и, соответственно, усилия натяжения ветви ткани. Максимальные значения указанного усилия на участке, непосредственно примыкающем к ведущему барабану, в зависимости от частоты колебаний напряжения питающей сети, представлены в табл. 3.



Рис. 7. Структурная схема измерительного комплекса

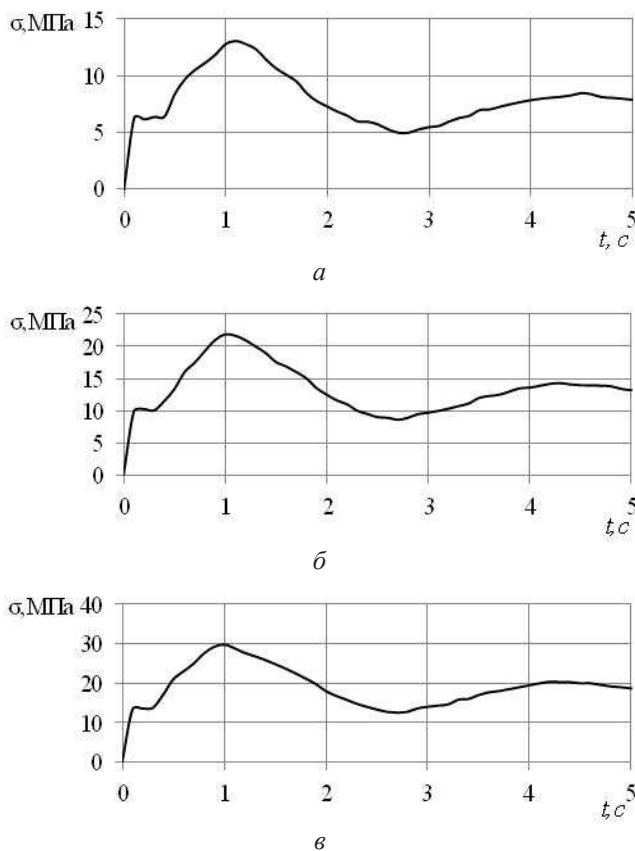


Рис. 8. Временные зависимости нормальных напряжений в балке, полученные экспериментальным методом во время пуска перемоточной машины, питаемой от источника электроэнергии с частотой колебаний напряжения: а – 30 Гц, б – 50 Гц, в – 70 Гц

Выводы

В нестационарных режимах работы перемоточной машины коэффициенты динамичности усилий в ветвях ткани составляют 1,3–1,6, что существенно скажется на качестве намотки свитка. Уменьшить динамические усилия в ветвях ткани и избежать ослабления ветвей можно за счет обеспечения плавности движения барабанов и роликов путем применения тормозных устройств с одновременным использованием сил сухого и вязкого трения. С помощью фрикционных тормозных устройств, в которых используются лишь силы сухого трения, исключить ослабление ветвей ткани не удалось.

Эффективным способом уменьшения динамических усилий в ветвях ткани является регулирование частоты колебаний напряжения питающей сети асинхронного двигателя. Если уменьшить указанную частоту в начальный период пуска машины с 50 до 10 Гц, то это дает возможность снизить динамические усилия в 4-5 раз.

Экспериментальное исследование влияния режима работы перемоточной машины на усилия натяжения наиболее нагруженной ветви ткани в период пуска свидетельствует о достаточной для практики точности математического моделирования динамических процессов. Расхождение теоретических и экспериментальных результатов определения максимального значения указанного усилия не превышает 10-12 %.

Литература

1. Матковский Р.В., Романов С.В., Винник В.Н., Крефцун С.И., Чигирев В.И., Лозовой И.С. Устройство для регулирования натяжения длинномерного материала: а.с. 569517 СССР ГКИО; заявл. 03.05.75; опуб. 25.08.1977, Бюл. № 31. С. 3.
2. Скороходов Е.А. Намоточные станки. Технология электромашиностроения. М.: Энергия, 1970. Вып. 9. 175 с.
3. Харченко Є.В., Сокол М.Б. Нелінійні процеси у середовищах, які характеризуються позовжнім рухом і вплив способу закріплення на їх коливання // Автоматизація виробничих процесів в машинобудуванні і приладобудуванні. Львів, 2007. № 41. С. 156-159.
4. Харченко Є.В. Сокол М.Б. Вплив способу закріплення на коливання одного класу рухомих одновимірних систем // Науковий вісник: зб. науково-технічних праць. Львів: НЛТУУ, 2006. №.16, № 7. С.80-83.
5. Висоцька Х.А. Робота перемотувальних машин відкритого типу // Оптимізація виробничих процесів і технічний контроль у машинобудуванні та приладобудуванні // Львівська політехніка: вісн. НУ. Львів, 2006. № 560. С. 41-46.
6. Висоцька Х.А. Динаміка, міцність та проектування машин і приладів // Там же. 2013. № 759. С. 10-15.
7. Топільницький В.Г., Кусий Я.М., Сокол М.Б. Динамічні процеси в нелінійних однорідних одновимірних механічних системах // Там же. 2009. № 641. С. 71-79.
8. Будзан В.І., Вінник В.М., Коцюмбас О.Й. Побудова математичної моделі намотувальної системи з барабанами у формі правильних призми і поступальним компенсатором // Там же. С. 12-17.

9. Глазунов В.Ф., Сидякин В.Ф., Вилков П.В. Исследование натяжения нити в процессе ее перематывания электрифицированным мотальным барабанчиком // Изв. вузов. Технология текстильной промышленности, 2003. № 2. С. 107-111.
10. Николаев С.Д., Мартынова А.А., Юхин С.С., Власова Н.А. Методы и средства исследования технологических процессов в ткачестве. М.: МГТУ им. А.Н. Косыгина, 2003. 336 с.
11. Николаев С.Д., Власов П.В., Сумарукова Р.И., Юхин С.С. Теория процесса и оборудование ткацкого производства. 2-е изд., перераб. и доп. М.: Легпромбытиздат, 1995. 256 с.: ил.
12. Здоренко В.Г. Вплив конструктивних параметрів трикотажних та текстильних машин на стабілізацію натягу пружної системи заправки // Вісн. ЖІТІ, 2001. Спец. вип. Технічні науки. С. 150-159.
13. Здоренко В.Г. Визначення поперечної деформації для тканин та трикотажу при напруженому стані // Збірник наукових праць 7-ї Міжнародної науково-практичної конференції "Сучасні інформаційні та енергозберігаючі технології життєзабезпечення людини". К.: ФАДА ЛТД, 2000. № 7. С. 119-123.
14. Віннік В. М., Будзан В. І., Коцюмбас О. Й. Автоматизація виробничих процесів у машинобудуванні та приладобудуванні // Львівська політехніка: вісн. НУ . Львів, 2008. № 42. С. 58-64.
15. Будзан В. І., Віннік В. М., Коцюмбас О. Й. Кінематичні та силові співвідношення у відкритій намотувальній системі з коромисловим компенсатором // Там же. № 614. С. 35-41.
16. Brake M. R., Wickert J. A. Frictional vibration transmission from a laterally moving surface to a traveling beam // Journal of Sound and Vibration 310 (2008) 663-675.
17. John M. Boyle Jr, Bharat Bhushan. Vibration modeling of magnetic tape with vibro-impact of tape-guide contact // Journal of Sound and Vibration. 2006. № 289. P. 632-655.
18. Kentaro Iki, Satomi Kawamoto, Yoshiki Morino. Experiments and numerical simulations of an electrodynamic tether deployment from a spool-type reel using thrusters // Acta Astronautica. 2014. 94. P. 318-327.
19. Висоцька Х.А. Експериментальне визначення жорсткості віток бавовняної тканини системи перемотування сувою // Теорія та практика раціонального проектування, виготовлення і експлуатації машинобудівних конструкцій: праці конференції. Львів, 2010. С. 97-99.
20. Чабан В. Математичне моделювання електромеханічних процесів. Львів, 1997. 344 с.
5. Vysotska K. A. The work of rewind machines of open type // Optimization of production processes and technical control in engineering and instrumentation. Bulletin NU "Lvivska polytechnika", Lviv, 2006. № 560. P. 41-46.
6. Vysotska K. A. The calculation of non-stationary processes in the mechanical system of open type rewinding machines // Dynamics, durability and engineer machines and devices. Bulletin NU "Lvivska polytechnika", Lviv, 2013. № 759. P. 10-15.
7. Topilnickyi V. G., Kusyi I.A. M., Sokil M. B. Dynamic processes in homogeneous one-dimensional nonlinear mechanical systems // Dynamics, durability and engineer machines and devices. Bulletin NU "Lvivska polytechnika", Lviv, 2009. № 641. P. 71-79.
8. Bydzan V. I., Vinnik V. M., Kocumbas O. I. The calculation of the mathematical model of the winding system with drums in the form of regular prisms and incremental compensator // Dynamics, durability and engineer machines and devices. Bulletin NU "Lvivska polytechnika", Lviv, 2009. № 641. P. 12-17.
9. Glazunov V. F., Sidiakyn V. F., Vilkov P. V. Investigation of the thread tension during its rewinding electrified winding drum // Universities news: Technology of textile industry, 2003. №2. P. 107- 111
10. Nikolaev S. D., Martynova A. A., Iuhin S. S., Vlasova N. A. Methods and resources of of research of technological processes in weaving. M.: MGTU by A. N. Kosygina, 2003. 336 p.
11. Nikolaev S. D., Vlasov V. P., Sumarukova R. I., Iuhin S. S. Theory of the process and the equipment weaving production. Studing book. 2 ed. redes. and add. M.: Legprombytizdat, 1995. 256 p. with il.
12. Zdorenko V. G. The influence of structural parameters of knitted and textile machinery to stabilize the tension of elastic system // Special Edition. Technical sciences. Bulletin GITI, 2001. P. 150-159.
13. Zdorenko V. G. Determination of the transverse deformation for textiles and knitted fabrics in intense condition // Collected Works 7 International Scientific Conference "Modern information technology and energy saving human life support". K.: FADA LTD, 2000. № 7. P. 119-123
14. Vinnik V. M., Budzan V. I., Kocumbas O. I. Kinematic and power relationships in Rewinding system with the translational spring-loaded compensator // Automation of production processes in mechanical engineering and instrumentation. Bulletin NU "Lvivska polytechnika", Lviv, 2008. № 42. P. 58-64.
15. Budzan V. I., Vinnik V. M., Kocumbas O. I. Kinematic and power correlation in an open rewinding system with a compensator // Dynamics, durability and engineer machines and devices. Bulletin NU "Lvivska polytechnika", Lviv, 2008. № 614. P. 35-41.
16. Brake M. R., Wickert J. A. Frictional vibration transmission from a laterally moving surface to a traveling beam // Journal of Sound and Vibration 310 (2008) 663-675.
17. John M. Boyle Jr, Bharat Bhushan. Vibration modeling of magnetic tape with vibro-impact of tape-guide contact // Journal of Sound and Vibration. 2006. № 289. C. 632-655.
18. Kentaro Iki, Satomi Kawamoto, Yoshiki Morino. Experiments and numerical simulations of an electrodynamic tether deployment from a spool-type reel using thrusters // Acta Astronautica 94 (2014) 318-327.
19. Vysotska K. Experimental definition of rigidity of cotton fabric for stretching of the scroll // Theory and practice of sustainable design, construction and operation of engineering structures: Conference articles. Lviv, 2010. P. 97-99.
20. Chaban V. Mathematical modeling of electromechanical processes. Lviv, 1997. 344 p.

References

1. A.S. 569517 (USSR) A device for adjusting the tension of long material // Matkovskiy R. V., Romanov S. V., Vinnik V. N., Kreftcun S. I., Chigirev V. I., Lozovoi I. S. GKIO. 1977. № 31. P. 3.
2. Skorohodov E. A. Rewinding machine. Electrical Engineering Technology. № 9. M.: Energy, 1970. 175 p.
3. Kharchenko E. V., Sokil M. B. Nonlinear processes in environments which are characterized by longitudinal movement and the impact on their way of fixing vibrations // Automation of production processes in engineering and instrumentation Lviv, 2007. №41. P. 156-159.
4. Kharchenko E. V., Sokil M. B. Influence of method of fixing on the vibrations of a certain class moving one-dimensional systems // Scientific Bulletin: Collection of scientific works. Lviv: NLTY, 2006. №16.7. P. 80-83.