

ПРОБЛЕМЫ МЕХАНИКИ И МАШИНОСТРОЕНИЯ

УДК 519.71, 629.4.015, 62-752, 534.015

DOI: 10.18324/2077-5415-2025-1-7-14

Методологические основы проектирования виброиспытательных стендов

А.В. Елисеев ^{1a}, И.С. Ситов ^{2b}

¹ Иркутский государственный университет путей сообщения, ул. Чернышевского, 15, Иркутск, Россия

² Братский государственный университет, ул. Макаренко, 40, Братск, Россия

^a eavsh@ya.ru, ^b sitov@yandex.ru

^a <http://orcid.org/0000-0003-0222-2507>; ^b <https://orcid.org/0000-0001-6785-632X>

Статья поступила 26.11.2024, принята 31.01.2025

Рассматриваются задачи оценки, формирования и коррекции динамических состояний технических объектов, расчетными схемами которых служат механические колебательные системы, находящиеся в условиях малых вынужденных установившихся колебаний. Цель исследования заключается в разработке математических моделей вибрационных стендов с расширяемыми программами динамических испытаний длинномерных лонжеронов транспортных средств. Используются методы теории колебаний, теоретической механики, элементы аналитического аппарата теории автоматического управления. Методологической базой исследования служит структурное математическое моделирование, основанное на сопоставлении механическим колебательным системам структурных схем эквивалентных в динамическом отношении систем автоматического управления. Для оценки, формирования и коррекции динамических состояний технического объекта используются передаточные функции системы и передаточные функции межпарциальных связей, в физическом смысле отображающих податливость системы и рычажные связи соответственно. Особенность математической модели заключается в рассмотрении функционально связанных внешних возмущений. Установлено, что варьирование связности внешних возмущений позволяет изменять частоты динамического гашения колебаний. На основе равенства числителей передаточных функций системы определяются зависимость между коэффициентом связности и частотой динамического гашения колебаний выбранной координаты. Для определения частот одновременного динамического гашения колебаний находятся точки пересечения графиков построенных зависимостей. В рамках структурного подхода разработана математическая модель вибрационного испытательного стенда, снабженного двумя вибрационными возбудителями. Разработанный подход может быть использован для моделирования работы вибрационных технологических стендов для испытания длинномерных лонжеронов транспортных средств, в частности, для испытательных вибростендов лопастей вертолетов, режимы работы которых основаны на реализации эффекта вибрационного гашения колебания в узлах установки вибрационных возбудителей и использования испытательного образца в качестве динамического гасителя колебаний.

Ключевые слова: структурное математическое моделирование; механическая колебательная система; передаточная функция; режимы динамического гашения колебаний; вибрационный стенд; режимы одновременного динамического гашения колебаний по двум координатам; динамический гаситель колебаний.

Methodological foundations for the design of vibration stands

A.V. Eliseev ^{1a}, I.S. Sitov ^{2b}

¹ Irkutsk State Transport University; 15, Chernyshevsky St., Irkutsk, Russia

² Bratsk State University; 40, Makarenko St., Bratsk, Russia

^a eavsh@ya.ru, ^b sitov@yandex.ru

^a <http://orcid.org/0000-0003-0222-2507>; ^b <https://orcid.org/0000-0001-6785-632X>

Received 26.11.2024, accepted 31.01.2025

Tasks of evaluation, generation and correction of dynamic states of technical objects, calculation schemes of which are mechanical oscillatory systems, which are in conditions of small forced steady-state oscillations, are considered. The purpose of the study is to develop mathematical models of vibration benches with extensible dynamic test programs for long vehicle spars. Methods of vibration theory, theoretical mechanics, elements of the analytical apparatus of the theory of automatic control are used. The methodological basis of the study is structural mathematical modeling based on the comparison of mechanical oscillatory systems of structural schemes of dynamically equivalent automatic control systems. To estimate, form and correct dynamic states of a technical object, transfer functions of the system and transfer functions of interpartial links are used in the physical sense representing compliance of the system and linkage, respectively. A feature of the mathematical model is the consideration of functionally related external perturbations. It has been found that varying the connectivity of external disturbances allows changing the frequencies of dynamic damping of vibrations. On the basis of equality of numerators of the transfer functions of the system, the relationship between the connectivity coefficient and the frequency of dynamic damping of vibrations of the selected coordinate is determined. In order to determine frequencies of simultaneous

dynamic damping of oscillations, points of intersection of curves of built dependences are found. Within the framework of the structural approach, a mathematical model of a vibration test bench equipped with two vibration exciters has been developed. Developed approach can be used for simulation of operation of vibration technological stands for testing of long-length spars of vehicles, in particular, for test vibration stands of helicopter blades, operating modes of which are based on realisation of vibration damping effect in units of installation of vibration exciters and use of test sample as dynamic damping device.

Keywords: structural mathematical modeling; mechanical oscillatory system; transfer function, modes of dynamic vibration damping; vibration stand; modes of simultaneous dynamic vibration damping in two coordinates; dynamic vibration dampener.

Введение. В настоящее время проблемы оценки, формирования и коррекции динамических состояний технических объектов, находящихся в условиях интенсивных внешних воздействий, обращает на себя значительное внимание [1–5]. Проблемы оценки, формирования и коррекции динамических состояний деталей, узлов и машинных агрегатов имеют большое значение для обеспечения производительности, эффективности работы технических объектов транспортного и технологического назначения. Изучение роли интенсивных периодических взаимодействий привело к развитию вибрационных технологии, позволяющих существенным образом воздействовать на динамические свойства технических объектов путем интенсивных кинематических или силовых воздействий.

Вибрационные технологии применяются в различных производственных процессах, таких как перемещение рабочей среды, транспортировка, сепарация, упрочнение и т. д. Активное развитие теоретических и практических исследований в области вибрационных взаимодействий элементов технических систем привело к разработке методов вибрационной механики и формированию виброволновых технологий как одного из приоритетных направлений развития добывающих, перерабатывающих, машиностроительных и других отраслей промышленности [6].

Одним из перспективных направлений развития машиностроения является разработка вибрационных технологических машин, предназначенных для испытания образцов современной техники, сложных узлов и деталей, требующих высокой степени надежности, например, лонжеронов транспортных средств.

Теоретической основой разработки эффективных виброиспытательных стендов служат разделы теоретической механики, динамики машин, теории автоматического управления, теории систем, ориентированные на создание математических моделей, позволяющие оценивать, корректировать и формировать динамические свойства технических объектов на всех этапах жизненного цикла [7–10]. Существенное распространение получили математические модели с распределенными параметрами [11].

Вместе с тем, оценка динамических свойств технических объектов на основе моделей с распределенными параметрами представляет собой достаточно сложный процесс. Наряду с распределенными моделями для изучения колебательных режимов технических объектов могут применяться модели с конечным числом степеней свободы [12]. На этапе проектирования обеспечивают приемлемую точность и могут быть использованы для оценки ключевых характеристик технических объектов. Характерным примером использования конечных моделей может служить вибрационная испыта-

тельная машина, работа которой направлена на возбуждение колебаний испытательного образца.

Определяющую роль в формировании особенностей динамических взаимодействий элементов технических объектов в условиях интенсивных воздействий силовой или кинематической природы играют условия возникновения режимов резонанса как форм резкого роста амплитуд колебаний, так и режимов динамического гашения колебаний, проявляющихся в резком уменьшении амплитуд колебаний контрольных точек системы на определенных частотах внешних возмущений [13–15]. Например, в работе [16] показано, что процесс вибрационного возмущения технического объекта, в данном случае, испытательного образца, может быть реализован с помощью одного вибровозбудителя, работающего в режиме динамического гашения колебаний, в то время как сам испытательный образец служит вибрационным гасителем колебаний. Подобный подход может представлять интерес в том смысле, что работа вибрационных возбудителей колебаний реализуется на минимально возможных амплитудах колебаний. Данная задача может быть расширена до задачи формирования динамических состояний с помощью нескольких вибровозбудителей, которая связана с методами многоточечного возбуждения вибраций [17, 18].

Вместе с тем, ряд вопросов, связанных с разработкой математических моделей, отображающих реакцию системы на действие вибровозбудителей, установленных в нескольких точках и работающих в режимах одновременного динамического гашения колебаний, еще недостаточно раскрыт, в частности, в рамках задач формирования режимов одновременного динамического гашения колебаний в двух и более точках.

Статья посвящена разработке математической модели технического объекта с расчетной схемой в виде цепной системы плоских твердых тел с четырьмя степенями свободы, взаимодействующих через упругие связи, с возможностью реализации режимов одновременного динамического гашения колебания по координатам установки двух вибровозбудителей.

Основные положения. Постановка задачи. В работе [16] рассмотрен вибрационный испытательный стенд, динамическое воздействие для которого на образец (рис.1, а) реализуется с помощью одного вибровозбудителя (см. рис.1, б). Для рассмотренного вибростенда показано, что возможна схема вибрационного возмущения в режиме динамического гашения колебаний точки установки вибровозбудителя. Эффект работы вибрационного стенда в режиме динамического гашения колебаний в точке установки вибровозбудителя (см. рис.1, в) может быть продемонстрирован на основе конечномерной механической колебательной системы (см. рис.1, г).

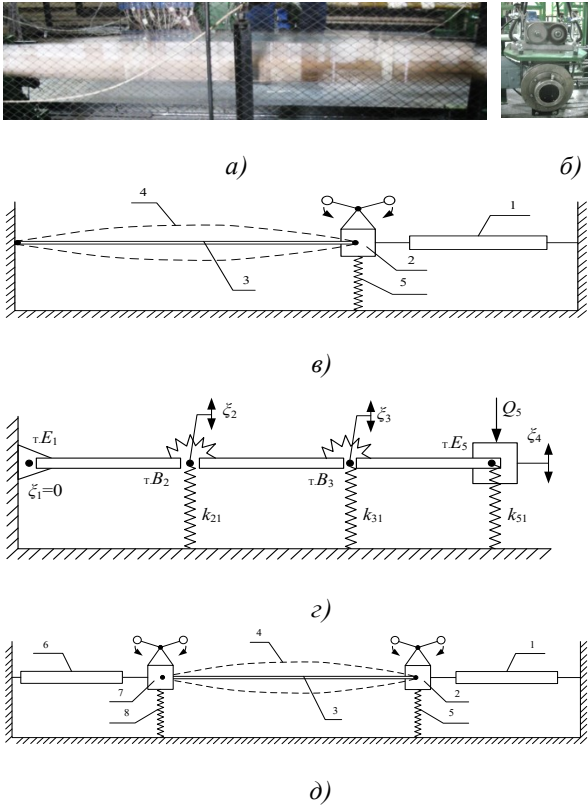


Рис. 1. Вибрационный испытательный стенд с одним вибровозбудителем: а – колебание испытательного образца; б – инерционный вибровозбудитель; в – принципиальная схема стенда с одним вибровозбудителем; г – конечномерная расчетная схема вибрационной установки; д – усовершенствованная вибрационная установка

Наравне с вибростендом, снабженным одним вибровозбудителем, рассматривается виброиспытательный стенд, снабженный двумя вибровозбудителями (см. рис.1, д), в котором испытательный образец находится под воздействием синфазных вибровозбудителей, амплитуды силовых воздействий на образец со стороны которых функционально связаны. Расчетная схема виброиспытательного стенда с двумя вибровозбудителями может быть представлена в виде механической колебательной системы (рис. 2).

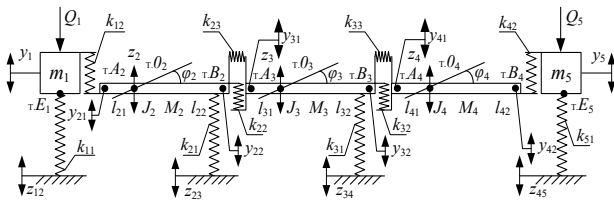


Рис. 2. Расчетная схема испытательного стенда с двумя вибрационными возбудителями

Система образована двумя сосредоточенными массами m_1 , m_5 , отображающими шарнирные держатели с установленными на них вибровозбудителями, и тремя твердыми телами A_2B_2 , A_3B_3 , A_4B_4 с массами M_2 , M_3 , M_4 и моментами инерции J_2 , J_3 , J_4 соответственно, отображающими испытательный образец. Твердые тела установлены на опорные поверхности посредством упругих элементов k_{11} , k_{21} , k_{31} , k_{51} . Соединение совокупности

твердых тел, отображающих испытательный образец, с сосредоточенными массами, показывающими шарнирные держатели, представлено упругими элементами k_{12} и k_{42} . Характеристики жесткости испытательного образца представлены упругими элементами k_{22} и k_{32} , k_{23} , k_{33} .

Силовые возмущения со стороны вибровозбудителей представлены двумя внешними гармоническими силами Q_1 и Q_5 , приложенными, соответственно, в точках E_1 и E_5 расположения сосредоточенных масс m_1 и m_5 . Функциональная связь между амплитудами силовых возмущений со стороны вибровозбудителей отображается коэффициентом связности γ , положительные значения которого определяют отношения амплитуд синфазных гармонических колебаний, а его отрицательные значения определяют отношение амплитуд гармонических колебаний находящихся в противофазе.

Силовые возмущения Q_1 и Q_5 приводят к реализации различных форм колебаний образца $A_2B_2A_3B_3A_4B_4$ в общем случае, зависящих от частоты ω и коэффициента связности γ внешних возмущений. Предполагается, что система совершает малые вынужденные установившиеся колебания относительно положения статического равновесия.

Задача заключается в разработке метода определения коэффициентов связности и частот внешних возмущений, обеспечивающих режимы одновременного динамического гашения колебаний по координатам точек установки вибрационных возбудителей.

Математическая модель вибрационного стенда.

Построим математическую модель механической колебательной системы в виде дифференциальных уравнений Лагранжа 2-го рода. Соответствующие выражения для кинетической и потенциальной энергии имеют вид:

$$T = \frac{1}{2} m_1 \dot{y}_1^2 + \frac{1}{2} m_5 \dot{y}_5^2 + \frac{1}{2} M_2 \dot{z}_2^2 + \frac{1}{2} M_3 \dot{z}_3^2 + \frac{1}{2} M_4 \dot{z}_4^2 + \frac{1}{2} J_2 \dot{\varphi}_2^2 + \frac{1}{2} J_3 \dot{\varphi}_3^2 + \frac{1}{2} J_4 \dot{\varphi}_4^2, \quad (1)$$

$$\Pi = \frac{1}{2} k_{11} y_1^2 + \frac{1}{2} k_{21} y_2^2 + \frac{1}{2} k_{31} y_3^2 + \frac{1}{2} k_{51} y_5^2 + \frac{1}{2} k_{12} (y_1 - y_{21})^2 + \frac{1}{2} k_{22} (y_{31} - y_{22})^2 + \frac{1}{2} k_{32} (y_{41} - y_{32})^2 + \frac{1}{2} k_{42} (y_5 - y_{42})^2 + \frac{1}{2} k_{23} r^2 (\varphi_3 - \varphi_2)^2 + \frac{1}{2} k_{33} r^2 (\varphi_4 - \varphi_3)^2, \quad (2)$$

где y_1 , y_{21} , y_{22} , y_{31} , y_{32} , y_{41} , y_{42} – совокупность обобщенных координат, отображающих вертикальные смещения точек твердых тел относительно положения статического равновесия.

Второй системой координат может быть выбрана совокупность вертикальных смещений y_1 , y_5 , z_2 , z_3 , z_4 центров масс и углов координат φ_2 , φ_3 , φ_4 . Координаты φ_i , z_i , $i=2,3,4$ и y_{ij} , $i=2,3,4$, $j=1,2$ связаны соотношениями:

$$\begin{cases} y_{i1} = z_i - \varphi_i l_{i1} \\ y_{i2} = z_i + \varphi_i l_{i2} \end{cases}, \quad (3)$$

где $i=2,3,4$.

На основе известных методов [12] соответствующая система дифференциальных уравнений Лагранжа 2-го рода может быть преобразована под действием интегральных преобразований Лапласа в систему алгебраических уравнений с учетом нулевых начальных условий:

$$(\tau \cdot p^2 + \pi) \cdot \bar{y} = \bar{Q}, \quad (4)$$

где τ – матрица массоинерционных коэффициентов, π – матрица коэффициентов жесткости, $p=j\omega$, $j=\sqrt{-1}$ [19].

В свою очередь, система алгебраических уравнений (4) может быть представлена в виде обобщенной (матричной) структурной схемы системы эквивалентной в динамическом отношении системе автоматического управления (рис. 3).

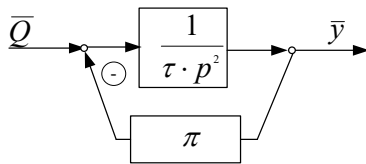


Рис. 3. Обобщенная структурная схема механической колебательной системы, представленной на рис. 2, эквивалентной в динамическом отношении системе автоматического управления

На основе структурной схемы (см. рис. 3) строятся передаточные функции системы:

$$W_i = \frac{\bar{y}_i}{\bar{Q}_0}, i=1 \dots 8, \quad (5)$$

в физическом смысле отображающие представления о динамической податливости системы (см. рис. 3). Передаточные функции межпарциальных связей, отображающие особенности рычажных связей, имеют представление:

$$W_{ik} = \frac{\bar{y}_i}{\bar{y}_k}. \quad (6)$$

Амплитудно-частотные характеристики передаточных функций W_i и W_{ik} , $k = 1..8$ позволяют оценивать динамические состояния системы в зависимости от частот и коэффициентов связности внешних силовых возмущений γ .

Механическая колебательная система (см. рис. 2), обладающая восемью степенями свободы, может быть модифицирована с учетом связей, отображающих особенности испытательного образца и условий его соединения с вибровозбудителями. Можно полагать, что расчетная схема испытательного образца в виде механической колебательной системы составлена из трех твердых тел, допускающих только относительные угловые относительные колебания отдельных фрагментов ($k_{22} \rightarrow \infty$ и $k_{32} \rightarrow \infty$). Установка упругого образца в шарнирные держатели может быть достаточно жесткой, т. е. $k_{12} = \infty$ и $k_{42} = \infty$. Подобная система условий может быть реализована с помощью сочленений в поступательных формах движения в соединениях [20].

Сочленение элементов системы. Особенности взаимодействий элементов могут быть реализованы посредством сочленения точек твердых тел в относительных поступательных движениях. Под сочленением точек системы понимается форма соединения в предположении, что жесткость соединительных элементов между точками достигает предельных бесконечных значений. Можно показать, что результатом сочленения является механическая колебательная система, имеющая четыре степени свободы (рис. 4).

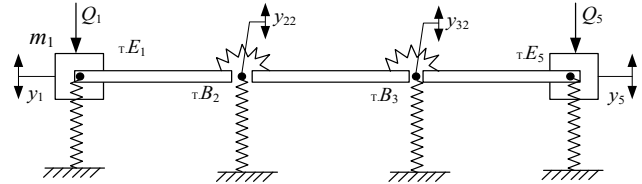


Рис. 4. Механическая колебательная система с учетом сочленений $k_{12} \rightarrow \infty, k_{22} \rightarrow \infty, k_{32} \rightarrow \infty, k_{42} \rightarrow \infty$.

Математическая модель сочлененной системы (см. рис. 4) получена на основе неэквивалентного преобразования исходной механической колебательной системы (см. рис. 2). Сочленения $k_{12} \rightarrow \infty, k_{22} \rightarrow \infty, k_{32} \rightarrow \infty, k_{42} \rightarrow \infty$ приводят к приравниванию совокупности координат $y_1 = y_{21}, y_{22} = y_{31}, y_{32} = y_{41}, y_{42} = y_5$. Соответствующая система алгебраических уравнений с 8-го порядка в результате сочленений принимает вид системы 4-го порядка:

$$(V^* \cdot \tau \cdot V \cdot p^2 + V^* \cdot \pi \cdot V) \cdot \bar{\xi} = V^* \bar{Q}, \quad (7)$$

где

$$V = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (8)$$

$$\bar{\xi} = (\bar{y}_1, \bar{y}_{22}, \bar{y}_{32}, \bar{y}_5)^*, \quad (9)$$

ξ – совокупность координат сочленений системы, V – матрица перехода.

Система алгебраических уравнений (7), соответствующая сочлененной системе, может быть эквивалентным образом представлена обобщенной структурной схемой (рис. 5).

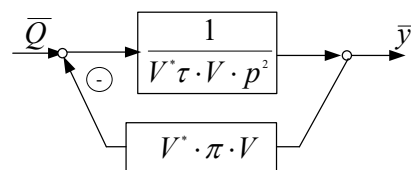


Рис. 5. Обобщенная структурная схема сочлененной механической колебательной системы

Детализированная структурная схема имеет вид (рис. 6). Связность внешних возмущений определяет частоты динамического гашения колебаний координат сосредоточенных масс или фиксированных точек твердых тел. Варьирование коэффициента связности γ позволяет изменять значения частот динамического гашения колебаний относительно собственных частот, а также добиваться их предельного сближения. Предельное сближение частот динамического гашения колебаний координаты, выбранной в качестве объекта оценки, с одной из собственных частот системы способно приводить к изменению разрывов второго рода амплитудно-частотных характеристик, что может рассматриваться как метод изменения актуального числа степеней свободы системы.

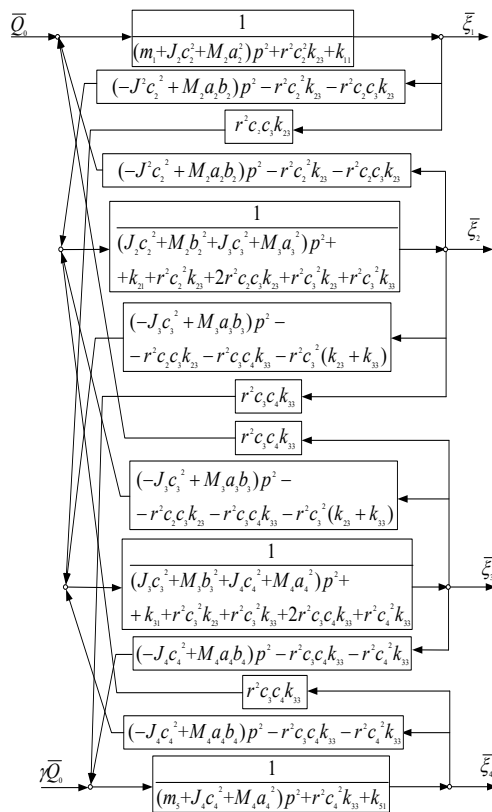


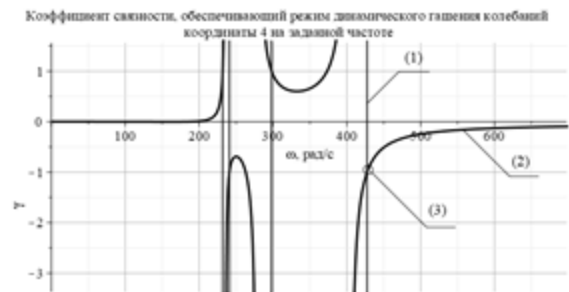
Рис. 6. Структурная схема сочлененной системы

Частоты динамического гашения колебаний в зависимости от связности внешних силовых возмущений. Под режимами динамического гашения колебаний понимаются вынужденные колебания системы на частоте, обеспечивающей реализацию нулевой амплитуды колебания координаты объекта, динамическое состояние которого оценивается в предположении, что возмущение системы осуществляется при условии, что только одна из обобщенных сил рассматриваемого в качестве входного сигнала принимает ненулевое значение [12]. В случае связных внешних возмущений обе силы могут принимать ненулевые значения, и рассматриваемый режим «обнуления» координаты формально не является режимом динамического гашения колебаний, хотя и обладает рядом схожих признаков. В рамках исследования использование термина «динамическое гашение колебаний» распространяется на оба варианта возмущения системы.

Частоты динамического гашения колебаний координат могут быть определены из условий равенства нулю числителей соответствующих амплитудно-частотных характеристик, которые в случае силовых возмущений зависят от коэффициента связности. Подобные условия позволяют установить аналитическую зависимость коэффициента связности γ от частоты динамического гашения колебаний. В частности, построение однозначной аналитической зависимости возможно в силу линейности используемых выражений по коэффициенту связности. На рис. 7 представлены графики частот динамического гашения колебаний координат ξ_1, ξ_4 в зависимости от коэффициента связности внешних возмущений γ . Необходимо отметить, что не все значения частот, соответствующие фиксированному значению коэффициента связности γ , являются частотами, обеспечивающими нулевые амплитуды колебаний выбранной координаты системы. Частотами динамического гашения колебаний служат только те, которые не совпадают с собственными частотами системы. Предельное сближение частот динамического гашения колебаний с собственными частотами системы, вызванное варьированием коэффициента связности γ , приводит к необходимости разрешения неопределенности значения амплитудно-частотной характеристики в виде дробно-рационального выражения, числитель и знаменатель которого стремятся к нулю. Разрешение неопределенности отображается во взаимном устранении как режима динамического гашения колебания, проявляющегося в обнулении амплитуды колебания, так и эффекта резонанса, проявляющегося в неограниченном возрастании амплитуд колебания системы.



а)



б)

Рис. 7. Частоты динамического гашения колебаний координаты в зависимости от γ : а – ξ_1 , б – ξ_4 . 1 – собственная частота; 2 – коэффициент связности, обеспечивающий режим динамического гашения на заданной частоте; 3 – предельный режим

Предельное сближение частот динамического гашения колебаний с одной из частот собственных колебаний приводит к режиму так называемого «ложного» динамического гашения колебаний, проявляющегося во взаимном устранении эффектов динамического гашения колебаний и резонанса.

Соотнесение графиков, отображающих отдельные функции зависимости коэффициента связности от частот динамического гашения колебаний, может быть использовано для определения режимов одновременного динамического гашения колебаний по двум координатам.

Частоты одновременного динамического гашения колебаний по двум координатам. Совмещение графиков частот динамического гашения колебаний координат ξ_1 и ξ_4 позволяет определять режимы одновременного динамического гашения колебаний в предположении, что данные частоты не совпадают с частотами собственных колебаний. В частности, на рис. 8 представлена совокупность двух графиков, позволяющая определить частоты режимов динамического гашения колебаний.

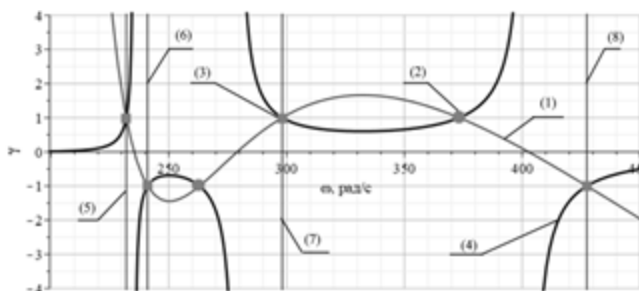


Рис. 8. Графоаналитический способ определения частоты одновременного динамического гашения колебаний по двум координатам ξ_1 и ξ_4 . 1 – зависимость частоты динамического гашения координаты ξ_1 от коэффициента связности γ ; 2 – режим одновременного динамического гашения колебаний координат ξ_1 , ξ_4 , который реализуется на частоте $\omega_{14} = 373$ рад/с; 3 – режим «ложного» одновременного динамического гашения колебаний координат ξ_1 , ξ_4 ; 4 – зависимость частоты динамического гашения координаты ξ_4 и коэффициента связности γ ; 5, 6, 7, 8 – собственные частоты системы

Форма колебаний системы на частоте динамического гашения колебаний $\omega = 373$ рад/с в зависимости от коэффициента связности γ может быть определена на основе соответствующих амплитудно-частотных характеристик (рис. 9). В частности, для $\gamma = 1$ координаты ξ_1 , ξ_4 проходят через ноль, что означает, что реализуется режим динамического гашения колебаний одновременно по двум координатам ξ_1 , ξ_4 (точка 6), а значения координат ξ_2 , ξ_3 (см. рис. 9, линии 2, 3) для коэффициента связности $\gamma = 1$ совпадают (точка 5). Таким образом, можно утверждать, что для коэффициента связности внешних возмущений $\gamma = 1$ на частоте колебаний $\omega = 373$ рад/с реализуется режим одновременного динамического гашения колебаний в форме $(0, 1, 1, 0)$, что отображает $\xi_1 = 0$, $\xi_2 = \xi_3$, $\xi_4 = 0$.

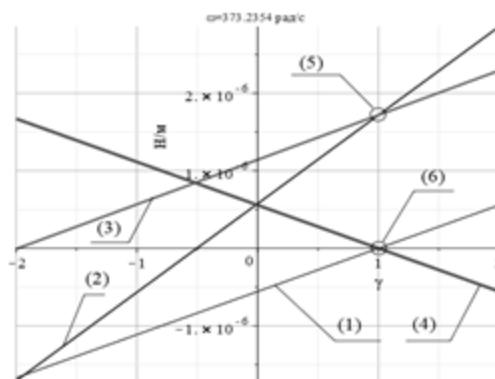


Рис. 9. Определения формы колебания на частоте 373 рад/с: 1 – значения координаты ξ_1 , 2 – ξ_2 , 3 – ξ_3 , 4 – ξ_4 , 5, 6 – см. текст

Аналогично могут быть определены формы колебаний для других специфических режимов колебаний системы в решении задач построения расширенных программ испытаний лонжеронов транспортных средств [21].

Заключение. В рамках проблемы многоточечного возмущения вибраций рассматриваются задачи оценки, формирования и коррекции режимов одновременного гашения колебаний в местах установки вибровозбудителей. В качестве модельной задачи взята разработка усложненной конструкции вибрационного испытательного стенда, снабженного двумя вибрационными возбудителями. В качестве расчетной схемы вибрационного стенда используется механическая колебательная системы с восемью степенями свободы, совершающей вынужденные движения под действием системы функционально связанных гармонических сил. Механическая колебательная система в результате сочленения в ряде точек сводится к системе с четырьмя степенями свободы. Для анализа динамических состояний применяются амплитудно-частотные характеристики, в физическом смысле отображающие динамическую податливость и рычажные связи. Строятся графики зависимости частот динамического гашения координат от коэффициента связности внешних возмущений.

Точки пересечения графиков позволяют определять частоты одновременного динамического гашения колебаний соответствующих точек установки вибровозбудителей. Наравне с частотами динамического гашения колебаний могут быть определены специфические частоты «ложного» динамического гашения, когда реализуется сближение частоты динамического гашения с одной из собственных частот, что может быть интерпретировано как уменьшение актуального числа степеней свободы системы.

Таким образом, в рамках структурного математического моделирования для систем с несколькими степенями свободы разработан подход к оценке, коррекции и формированию динамических состояний механических колебательных систем, находящихся в условиях связанных силовых нагружений, позволяющий определять режимы одновременного динамического гашения колебаний, специфические режимы предельного сближения частот динамического гашения с собственными

частотами, а так же определять формы колебаний, соответствующие данным режимам.

Разработанный подход может быть использован для моделирования работы вибрационных технологических стендов для испытания образцов путем многоточечно-

го возбуждения вибрации с учетом возможностей реализации функциональных связей между источниками внешних воздействий.

Вычислительные эксперименты проведены с частичным использованием программного пакета [22].

Литература

1. Garcia C.R. Advanced Mechanical Vibrations. Physics, Mathematics and Applications. London: CRC Press, 2020. 338 p.
2. Harris S.M. Shock and Vibration Handbook. New York: McGraw – Hill Book So, 2009. 1168 p.
3. Clarence W. de Silva. Vibration: Fundamentals and Practice. Boca Raton, London, New York, Washington, D.C.: CRC Press, 2006. 1064 p.
4. Nessler P. Modelling and control of vibration in mechanical systems // Uppsala Univ. Sweden [Электронный ресурс]. <http://www.it.uu.se> (дата обращения 26.11.2024)
5. Moheimani S.O.R., Halim D., Fleming A.J. Spatial control of vibration: Theory and experiments. Singapore: World Scientific Publishing Co Ptc. Ltd., 2003. 417 p.
6. Блехман И.И. Теория вибрационных процессов и устройств. Вибрационная механика и вибрационная техника. СПб.: ИД «Руда и Металлы», 2013. 640 с.
7. Rocard Y. General Dynamics of Vibrations. Parsi: Masson, 1949. – 458 p.
8. Вибрации в технике. Т. 5. Измерения и испытания / Под ред. М.Д. Генкина. М.: Машиностроение, 1981. 496 с.
9. Испытательная техника: Справочник. В 2-х кн. Кн.1. / Под ред. В.В. Клюева. М.: Машиностроение, 1982. 528 с.
10. Ганиев Р.Ф. Нелинейные резонансы и катастрофы. Надежность, безопасность и бесшумность. М.: Регулярная и хаотическая динамика. 2013. 592 с.
11. Миль М.Л., Некрасов А.В., Браверман А.С. Вертолеты. Расчеты и проектирование. В 3-х кн. Кн. 2. Колебания и динамическая прочность М.: Машиностроение, 1967. 424 с.
12. Елисеев С.В. Динамический синтез в обобщенных задачах виброзащиты и виброизоляции технических объектов. Иркутск: Изд-во Иркутск. ун-та, 2008. 523 с.
13. Karnovsky I.A., Lebed E. Theory of Vibration Protection. Switzerland: Springer International Publishing Switzerland, 2016. 674 p.
14. Eliseev A.V. Structural Mathematical Modeling Applications in Technological Machines and Transportation Vehicles. Hershey, PA: IGI Global, 2023. 288 p. DOI:10.4018/978-1-6684-7237-8.
15. Eliseev S.V., Eliseev A.V. Theory of Oscillations: Structural Mathematical Modeling in Problems of Dynamics of Technical Objects // Studies in Systems, Decision and Control. 2020. Vol. 252. 521 p.
16. Елисеев С.В. Динамический гаситель колебаний как элемент системы возбуждения вибраций // Решетневские чтения. 2015. Т. 1. С. 456-458.
17. Lewis R.C. A system for the excitation of pure natural modes of complex structure // Journ. of Aeronautical Sciences. 1950. Vol. 17, № 11. P. 705-723.
18. Смыслов В.И. Некоторые вопросы методики многоточечного возбуждения при экспериментальном исследовании колебаний упругих конструкций // Уч. записки Централ. аэрогидродинамич. ин-та. 1972. Т. 3, № 5. С. 110-118.
19. Лурье А.И. Операционное исчисление и его приложения к задачам механики. М.-Л.: Гос. изд-во техн.-теорет. лит-ры, 1950. 432 с.
20. Елисеев С.В., Ермошенко Ю.В. Сочленения звеньев в динамике механических колебательных систем: монография. Иркутск: Изд-во Иркутск. гос. ун-та путей сообщения, 2012. 156 с.

References

1. Garcia C.R. Advanced Mechanical Vibrations. Physics, Mathematics and Applications. London: CRC Press, 2020. 338 p.
2. Harris S.M. Shock and Vibration Handbook. New York: McGraw – Hill Book So, 2009. 1168 p.
3. Clarence W. de Silva. Vibration: Fundamentals and Practice. Boca Raton, London, New York, Washington, D.C.: CRC Press, 2006. 1064 p.
4. Nessler P. Modelling and control of vibration in mechanical systems // Uppsala Univ. Sweden [Электронный ресурс]. <http://www.it.uu.se> (date of address 26.11.2024).
5. Moheimani S.O.R., Halim D., Fleming A.J. Spatial control of vibration: Theory and experiments. Singapore: World Scientific Publishing Co Ptc. Ltd., 2003. 417 p.
6. Blekhman I.I. Theory of vibration processes and devices. Vibration mechanics and vibration technique. SPb.: Publishing House “Ore and Metals”, 2013. 640 p.
7. Rocard Y. General Dynamics of Vibrations. Parsi: Masson, 1949. – 458 p.
8. Vibrations in engineering. Vol. 5. Measurements and tests / Edited by M.D. Genkin. M.: Machine Building. 1981. 496 p.
9. Testing equipment: Reference book. In 2 books. Book 1 / Edited by V.V. Klyuev. Klyuev. Moscow: Machine Building, 1982. 528 p.
10. Ganiev R.F. Nonlinear Resonances and Catastrophes. Reliability, safety and noiselessness. Moscow: Regular and Chaotic Dynamics. 2013. 592 p.
11. Mil M.L., Nekrasov A.V., Braverman A.S. Helicopters. Calculations and Design. In 3 books. Book 2. Fluctuations and Dynamic Strength. Moscow: Machine Building, 1967. 424 c.
12. Eliseev S.V. Dynamic synthesis in generalized problems of vibration protection and vibration isolation of technical objects. Irkutsk: Irkutsk University PublishingHouse, 2008. 523 p.
13. Karnovsky I.A., Lebed E. Theory of Vibration Protection. Switzerland: Springer International Publishing Switzerland, 2016. 674 p.
14. Eliseev A.V. Structural Mathematical Modeling Applications in Technological Machines and Transportation Vehicles. Hershey, PA: IGI Global, 2023. 288 p. DOI:10.4018/978-1-6684-7237-8.
15. Eliseev S.V., Eliseev A.V. Theory of Oscillations: Structural Mathematical Modeling in Problems of Dynamics of Technical Objects // Studies in Systems, Decision and Control. 2020. Vol. 252. 521 p.

16. Eliseev S.V. Dynamic vibration damper as an element of the vibration excitation system // Reshetnev Readings. 2015. Vol. 1. P. 456-458.
17. Lewis R.C. A system for the excitation of pure natural modes of complex structure // Journ. of Aeronautical Sciences. 1950. Vol. 17, № 11. P. 705-723.
18. Smyslov V.I. Some issues of multi-point excitation methodology in the experimental study of oscillations of elastic structures // Scientific Notes of the Central Aerohydrodynamic Institute. 1972. Vol. 3, № 5. P. 110-118.
19. Lurie A.I. Operational calculus and its applications to problems of mechanics. Moscow-Leningrad: State Publishing house of Technical and Theoretical Literature, 1950. 432 p.
20. Eliseev S.V., Ermoshenko Y.V. Link articulation in the dynamics of mechanical oscillating systems: monograph. Irkutsk: Publishing house of Irkutsk State University of Railway Transport, 2012. 156 p.
21. Bokhoeva L.A. Experimental determination of fatigue resistance characteristics of aviation equipment products // Bulletin of East-Siberian State University of Technology and Management. 2013. № 5 (44). P. 46-53.
22. Maple. [Electronic resource]. <https://www.maplesoft.com> (date of address 14.11.2024).