

ПРОБЛЕМЫ МЕХАНИКИ И МАШИНОСТРОЕНИЯ

УДК 62.752, 621.534, 629.4.015, 519.71-74

DOI:10.18324/2077-5415-2021-2-7-14

Системный анализ в задачах оценки и формирования динамических состояний технических объектов при вибрационных взаимодействиях элементов структуры (часть II)

С.В. Елисеев^{1a}, И.С. Ситов^{2b}, Р.С. Большаков^{1c}

¹ Иркутский государственный университет путей сообщения, Чернышевского, 15, Иркутск, Россия

² Братский государственный университет, Макаренко, 40, Братск, Россия

^a eliseev_s@inbox.ru, ^b sitov@yandex.ru, ^c bolshakov_rs@mail.ru

^a <http://orcid.org/0000-0001-6876-8786>, ^b <https://orcid.org/0000-0001-6785-632X>,

^c <http://orcid.org/0000-0002-1187-5932>

Статья поступила 03.02.2021, принята 20.03.2021

Развиваются методологические основы системных подходов на примерах задач динамики механических колебательных систем с двумя степенями свободы. Предлагаемая работа является продолжением I-ой части статьи, в которой рассматриваются системы цепного типа. Вторая часть статьи посвящена исследованиям динамических свойств технических объектов, имеющих рабочие органы в виде плоских твердых тел, обладающих массой и моментом инерции. Цель статьи заключается в разработке системных подходов и технологий системного анализа в задачах динамики объектов транспортного и технологического назначений. Используются методы общей теории систем, системного анализа и теории автоматического управления. Разработана алгоритмика построения структурных математических моделей. Предложена методика введения в системы дополнительных связей и оценки их влияния на динамические состояния объектов; приводятся результаты оценок. Предложены оригинальные формы учёта влияния на динамические свойства систем характерных возбуждающих силовых факторов, обладающих возможностями согласованных совместных действий. Получены аналитические соотношения, отражающие характерные свойства, проявляющиеся при введении дополнительных динамических связей. Приводятся результаты вычислительного моделирования.

Ключевые слова: механические колебательные системы, структурные схемы, передаточные функции, динамические состояния, динамические режимы.

System analysis of estimation and formation tasks of dynamic states of technical objects in the vibratory interactions of structure elements (part II)

S.V. Eliseev^{1a}, I.S. Sitov^{2b}, R.S. Bolshakov^{3c}

¹ Irkutsk State Transport University; 15, Chernyshevsky St., Irkutsk, Russia

² Bratsk State University; 40, Makarenko St., Bratsk, Russia

^a eliseev_s@inbox.ru, ^b sitov@yandex.ru, ^c bolshakov_rs@mail.ru

^a <http://orcid.org/0000-0001-6876-8786>; ^b <https://orcid.org/0000-0001-6785-632X>;

^c <http://orcid.org/0000-0002-1187-5932>

Received 03.02.2021, accepted 20.03.2021

Methodological foundations of systemic approaches are developed using examples of problems of dynamics of mechanical oscillatory systems with two degrees of freedom. This work is a continuation of the first part of the article, which deals with chain-type systems. The second part of the article is devoted to the study of the dynamic properties of technical objects that have working bodies in the form of flat solid bodies with mass and moment of inertia. The purpose of the article is to develop system approaches and technologies for system analysis in the problems of dynamics of transport and technological functions. The methods of general systems theory, system analysis and the theory of automatic control are used. The algorithms for constructing structural mathematical models are developed. A technique is offered for introducing additional connections into systems and assessing their influence on the dynamic conditions of objects. The results of evaluations are presented. Original forms of assessing the impact on the dynamic properties of the systems of characteristic exciting force factors associated with taking into account the possibilities of coordinated joint actions are proposed. Analytical relationships are obtained that reflect the characteristic properties manifested when additional dynamic constraints are introduced. The results of computational modeling are presented.

Keywords: mechanical oscillation systems, structural scheme, transfer functions, dynamical conditions, dynamical regimes.

Введение. В предыдущем разделе статьи (I-ая часть) рассмотрен ряд вопросов, отражающих возможности оценки и формирования динамических состояний технических объектов. Особенности внешних силовых воздействий заключаются в наличии у синфазных гармонических факторов линейной связи между величинами амплитуд колебаний по координатам y_1 и y_2 . Математические модели такого типа используются при решении широкого класса задач динамики технических объектов [1 – 3].

Расчетные схемы в виде механических колебательных систем часто широко используются в задачах динамики транспортных средств, в частности, подвижного состава железнодорожного транспорта, действующего в условиях вибрационных воздействий (рис. 8 [4, 5]); нумерация рисунков и формул продолжает расстановку позиций в I-ой части статьи; библиография во второй части статьи является продолжением ссылок в первой части.

1. При оценке технических объектов различного назначения используются расчётные схемы в виде механических колебательных систем с несколькими степенями свободы, состоящих из твёрдых тел с пространственными или плоскими движениями и содержащих упруго-инерционные и упруго-диссипативные связи. Такие системы обладают пространственной «метрикой» [2, 6, 7], что ведёт к необходимости учёта геометрических параметров при оценке динамических

свойств. Это связано с понятиями обобщенных динамических связей («приведённая динамическая жёсткость», «обобщенная пружина» и «квазипружина»), возникающих при введении в структуры механических колебательных систем управляемых или активных сил, реализуемых сервоприводами [8 – 10], что даёт возможности расширения динамических свойств.

Используемые подходы предполагают применение эквивалентной в динамическом отношении системы автоматического управления относительно исходной расчетной схемы технического объекта в виде механической колебательной системы, что логично с точки зрения решения задач динамики системы подвески с различной степенью включения дополнительных элементов [11, 12]. Для оценки динамических свойств транспортных машин используются расчётные схемы с базовой моделью в виде твёрдого тела (балочного типа), опирающегося на упругие элементы при внешнем кинематическом возмущении.

2. В различных отраслях промышленности применяются традиционные методы решения задач вибрационной защиты. Однако многообразие таких задач провоцирует интерес к поиску и разработке обобщённых подходов к виброзащите и виброизоляции с использованием теории автоматического управления и структурных методов исследования, в том числе применительно к задачам динамики подвижного состава. Примеры расчетных схем приведены на рис. 8 [13].

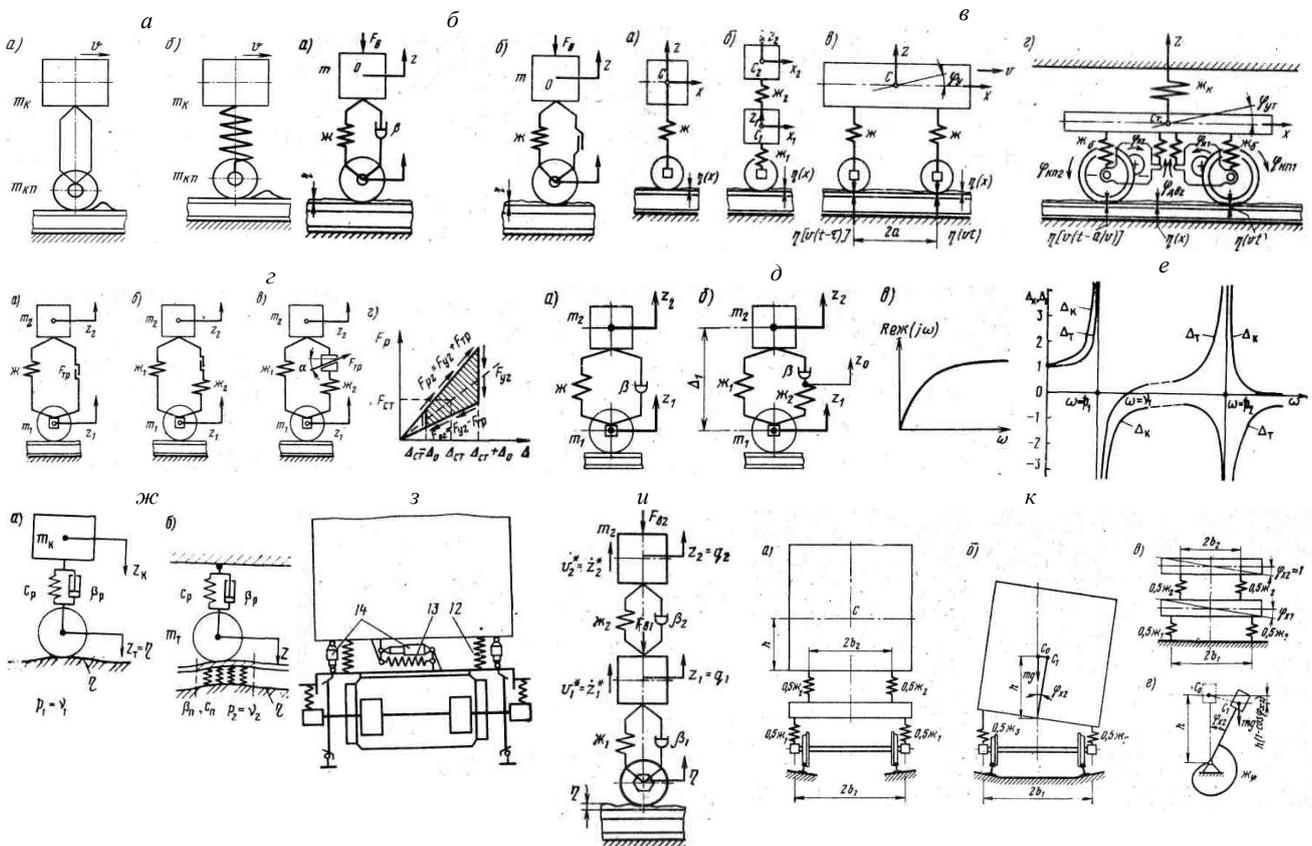


Рис. 8. Расчетные схемы, модели и примеры графики, характерные для оценки динамических свойств подвижного состава различного типа

Можно отметить, что усложнение рассматриваемого объекта и намерения учета особенностей конструктивно-технических решений, проявляющихся во введении различных усовершенствований.

Введение дополнительных связей создаёт необходимые условия для формирования соответствующих динамических состояний [14 – 16].

V. Особенности формирования динамических состояний механических колебательных систем с твердым телом

Рассмотрим расчётную схему, представленную на рис. 1, б, дополнительной пружиной k_3 . Более подробно основные динамические особенности рассмотрены в первой части статьи. В данном случае акцент будет сделан на оценку динамических реакций в точках присоединения дополнительного упругого элемента с жёсткостью k_3 .

1. Выражение для определения динамической жёсткости при трансформации системы (рис. 1, б) к одной степени свободы примет вид

$$k_{np}''(p) = \frac{(k_1 + k_2)(m_2 + L)p^2 + k_1(k_2 + k_3) + k_2k_3}{[(m_2 + L)p^2 + k_2 + k_3]}. \quad (20)$$

Анализ выражения (20) с целью оценки свойств системы показывает, что в этом случае при знаменателе, равном нулю, примет большие значения на частоте

$$\omega_1^2 = \frac{k_2 + k_3}{m_2}, \quad (21)$$

а на частоте

$$\omega_0^2 = \frac{k_1k_2 + k_2k_3 + k_1k_3}{m_2(k_1 + k_2)} \quad (22)$$

становится равным нулю.

Таким образом, рассматриваемое выражение показывает зависимость приведённой жёсткости от частоты и то, что данный параметр может рассматриваться как динамический. Передаточные функции системы, в зависимости от заданных внешних воздействий, будут отличаться, а также позволять определять физический смысл предельных значений динамической жёсткости. К примеру, при $\bar{Q}_1 \neq 0$ и $\bar{Q}_2 = 0$ имеем

$$W_1(p) = \frac{\bar{y}_1}{\bar{Q}_1} = \frac{m_2p^2 + k_2 + k_3}{A(p)}; \quad (23)$$

$$W_2(p) = \frac{\bar{y}_2}{\bar{Q}_1} = \frac{k_2}{A(p)}. \quad (24)$$

Выражения для определения координат смещения $\bar{y}_1(p)$ и $\bar{y}_2(p)$ примут вид

$$\bar{y}_1(p) = \frac{\bar{Q}_1(m_2p^2 + k_2 + k_3) + \bar{Q}_2k_2}{A(p)}, \quad (25)$$

$$\bar{y}_2(p) = \frac{\bar{Q}_2(m_1p^2 + k_1 + k_2) + \bar{Q}_1k_2}{A(p)}. \quad (26)$$

При аналогичном сочетании силовых воздействий, то есть при наличии только внешнего возмущения \bar{Q}_1 , на частоте, определяемой из (22), возникает бесконечно большое значение динамической жёсткости, что соответствует режиму динамического гашения колебаний системы по координате \bar{y}_1 , и определённое значение приобретает частная форма соотношения амплитуд колебаний по двум координатам

$$\frac{\bar{y}_1(p)}{\bar{y}_2(p)} = \frac{k_1 + k_2}{k_2}. \quad (27)$$

В данном случае может быть получен режим совместного движения.

2. Использование механических колебательных систем с различным числом степеней свободы характерно не только для транспортной отрасли, но и для объектов технологического назначения, в частности, вибростендов, вибрационных питателей, средств вибрационной транспортировки сыпучих сред и др. На рис. 1, б (1-ая часть) приведена расчётная схема технологического объекта с двумя степенями свободы с рабочим органом в виде твердого тела. В т. В на расстоянии l_0 от центра масс т. О закреплён дополнительный упругий элемент жёсткостью k_3 . В первой части статьи приводятся системы уравнений движения в операторной форме и соответствующие структурные схемы (рис. 2, б).

Используя аналогичные подходы, апробированные на системах цепной структуры, рассмотрим ряд вопросов, отражающих специфические особенности динамических состояний механической системы, расчетная схема которой приведена на рис. 1, б, а структурная математическая модель – на рис. 2, б.

Определение динамических реакций в точках крепления упругого элемента k_3 в т.т. В и B_1 связано с введением новых координат y_0 и φ при использовании следующих соотношений:

$$\begin{aligned} y_0 &= ay_1 + by_2, \varphi = c(y_2 - y_1), y_1 = y_0 - l_1\varphi, \\ y_2 &= y_0 + l_2\varphi, y_B = y_0 + l_0\varphi, \end{aligned} \quad (28)$$

Преобразованная система уравнений примет вид при учёте совместного действия силовых факторов:

$$\begin{aligned} \bar{y}_0Mp^2 + \bar{y}_0(k_1 + k_3 + k_2) - \\ - \bar{\varphi}(k_1l_1 - k_2l_2 - k_3l_0) = \bar{Q}_0 = \bar{Q}_1 + \bar{Q}_2, \end{aligned} \quad (29)$$

$$\begin{aligned} \bar{\varphi}Jp^2 + \bar{\varphi}(k_1l_1^2 + k_3l_0^2 + k_2l_2^2) - \\ - \bar{y}_0(k_1l_1 - k_2l_2 - k_3l_0) = \bar{M}_0 = \bar{Q}_1l_1 + \bar{Q}_2l_2. \end{aligned} \quad (30)$$

Введём условие связности β (имеет размерность длины) между силовыми факторами, характерной для технологических машин с вибровозбудителями.

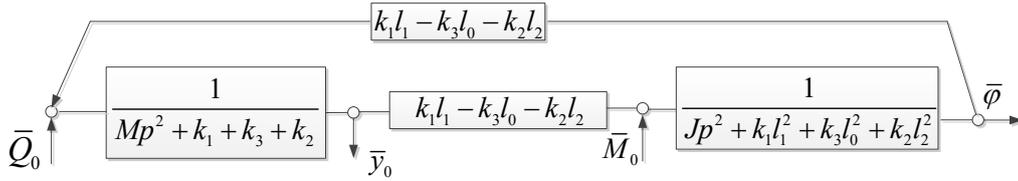


Рис. 9. Структурная схема исходной системы по рис. 1, б в координатах $\bar{y}_0, \bar{\varphi}$

Передаточные функции системы с использованием структурной схемы (рис. 9) принимают вид

$$W_1(p) = \frac{\bar{y}_0}{\bar{Q}_0} = \frac{Jp^2 + k_1l_1^2 + k_3l_0^2 + \dots}{A_1(p)} \dots \quad (32)$$

$$\dots \frac{+k_2l_2^2 + \beta[k_1l_1 - k_3l_0 - k_1l_1]}{A_1(p)},$$

$$W_2(p) = \frac{\bar{\varphi}}{\bar{Q}_0} = \frac{\beta[Mp^2 + k_1 + k_3 + k_2] + \dots}{A_1(p)} \dots \quad (33)$$

$$\dots \frac{+(k_1l_1 - k_3l_0 - k_1l_1)}{A_1(p)},$$

где

$$A(p) = [Mp^2 + k_1 + k_3 + k_2][Jp^2 + k_1l_1^2 + \dots] \quad (34)$$

$$+ k_3l_0^2 + k_2l_2^2 - (k_1l_1 - k_3l_0 - k_1l_1)^2$$

является характеристическим частотным уравнением.

3. С точки зрения практической реализации интересна передаточная функция межпарциальных связей системы.

$$W'_{12}(p) = \frac{\bar{\varphi}}{\bar{y}_0} = \frac{Jp^2 + k_1l_1^2 + k_3l_0^2 + \dots}{\beta[Mp^2 + k_1 + k_3 + k_2] + \dots} \quad (35)$$

$$\dots \frac{+k_2l_2^2 + \beta[k_1l_1 - k_3l_0 - k_1l_1]}{+(k_1l_1 - k_3l_0 - k_1l_1)}.$$

Из (20) следует, что в (35) на частоте

$$\omega_0^2 = \frac{k_1 + k_3 + k_2 + \beta[k_1l_1 - k_3l_0 - k_1l_1]}{M} \quad (36)$$

возможен режим «обнуления» угловых колебаний. Коэффициент связности силовых факторов β может быть использован как настроечный параметр для динамического состояния вибрационной машины.

Движение точки крепления упругого элемента k_3 описывается координатой y_3 . Выражение для описания перемещения объекта в этом случае с учётом системы координат y_0, φ примет вид

$$\bar{y}_3 = \bar{y}_0 - l_0\bar{\varphi}. \quad (37)$$

Система уравнений при этом трансформируется к виду

$$\bar{y}_0 \left[\left(M + \frac{J}{l_0^2} \right) p^2 + k_1a_1^2 + k_2b_1^2 \right] - \quad (38)$$

$$- \bar{y}_3 \left[\frac{J}{l_0^2} + \frac{k_2b_1}{l_0} - \frac{k_1a_1}{l_0} \right] = \bar{Q}_0,$$

$$\bar{y}_3 \left[\frac{J}{l_0^2} p^2 + \frac{k_1}{l_0^2} + k_3 + \frac{k_2}{l_0^2} \right] - \bar{y}_0 \left[\frac{J}{l_0^2} + \frac{k_2b_1}{l_0} - \frac{k_1a_1}{l_0} \right] = \bar{M}_0. \quad (39)$$

Соотношения между силовыми факторами примут вид

$$\bar{Q}_0 = c(\bar{Q}_1l_1 - \bar{Q}_2l_2), \quad (40)$$

$$\bar{M}_0 = (\bar{Q}_1(1 - l_1c) + \bar{Q}_2(1 + l_2c)). \quad (41)$$

Система уравнений (38), (39) преобразуется к виду

$$\bar{y}_0 \left[(M + Jc^2)p^2 + k_1a_1^2 + k_2b_1^2 \right] - \quad (42)$$

$$- \bar{y}_3 \left[Jc^2 + k_2b_1c - k_1a_1c \right] = \bar{Q}_0,$$

$$\bar{y}_3 \left[Jcp^2 + k_1c^2 + k_3 + k_2c \right] - \quad (3)$$

$$- \bar{y}_0 \left[Jc^2 + k_2b_1c - k_1a_1c \right] = \bar{M}'_0.$$

Структурная схема системы в координатах \bar{y}_0, \bar{y}_3 приведена на рис. 10.

На рис. 11 представлена структурная схема по трансформации.

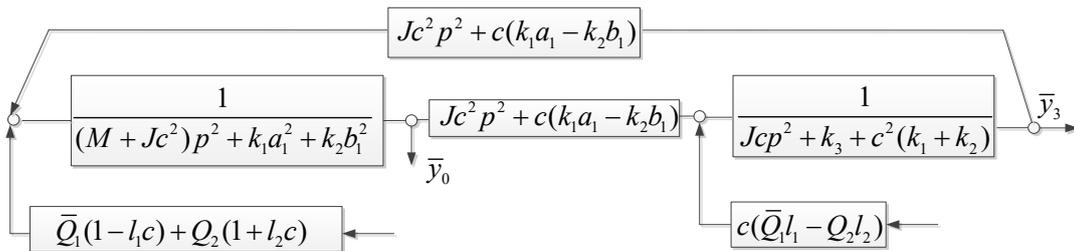


Рис. 10. Структурная схема системы в координатах \bar{y}_0 и \bar{y}_3

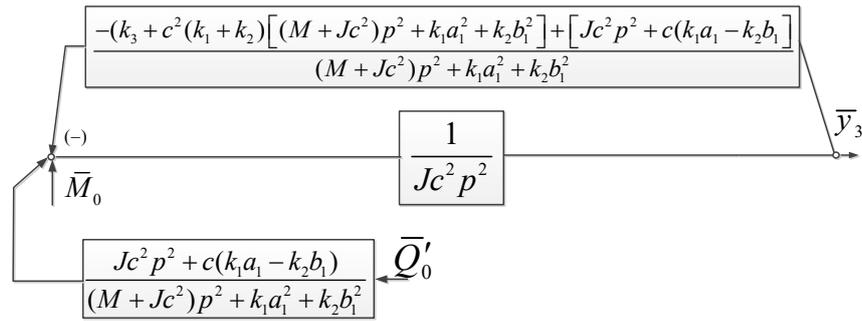


Рис. 11. Преобразованная структурная схема (рис. 6)

На преобразованной структурной схеме выделен объект, динамическое состояние которого оценивается по координате \bar{y}_3 . Для определения динамической реакции необходимо учитывать смещение \bar{y}_B (координата \bar{y}_3) и приведённую жёсткость в т. B , представляющую собой отрицательную обратную связь относительно элемента с передаточной функцией $\frac{1}{Jc p^2}$

(рис. 1, б).

Связность между силовыми возмущениями (\bar{Q}'_0 и \bar{M}'_0) можно сформировать при помощи введения коэффициента γ

$$\bar{M}'_0 = \gamma \bar{Q}'_0. \quad (44)$$

Из структурной схемы в координатах \bar{y}_0 и \bar{y}_3 следует, что

$$\bar{W}'_0(p) = \frac{\bar{y}_3}{\bar{Q}'_0} = \frac{\gamma [Jc p^2 + k_3 + c^2(k_1 + k_2)] + \dots}{A(p)} \dots \quad (45)$$

$$\dots \frac{[Jc p^2 + c^2(k_1 a_1 - k_2 b_1)]}{\dots},$$

где

$$A(p) = [(M + Jc^2) p^2 + k_1 a_1^2 + k_2 b_1^2] [Jc^2 p^2 + k_3 + c^2(k_1 + k_2)] - [Jc^2 p^2 + c(k_1 a_1^2 - k_2 b_1^2)]^2 - \quad (46)$$

является характеристическим частотным уравнением системы.

4. Обозначим приведённую динамическую жёсткость в т. B (рис. 1, б) в виде

$$D_B(p) = \frac{[Jc^2 p^2 + c(k_1 a_1^2 - k_2 b_1^2)]^2 - \dots}{(M + Jc^2) p^2 + \dots} \dots \quad (47)$$

$$\dots \frac{-[k_3 + c^2(k_1 + k_2)] [(M + Jc) p^2 + k_1 a_1^2 + k_2 b_1^2]}{+k_1 a_1^2 + k_2 b_1^2}.$$

Динамическое смещение по координате \bar{y}_B определяется выражением

$$\bar{y}_B = \bar{Q}'_0 \cdot \bar{W}'_0(p). \quad (48)$$

Таким образом,

$$\bar{R}_B = D(p) \bar{y}_1, \quad (49)$$

что представляет собой дробно-рациональное выражение со знаменателем

$$\bar{N}_1 = (M + Jc) p^2 + k_1 a_1^2 + k_2 b_1^2 \cdot A(p) \quad (50)$$

и числителем

$$\bar{N}_2 = \frac{[Jc^2 p^2 + c(k_1 a_1^2 - k_2 b_1^2)]^2 - \dots}{(M + Jc) p^2 + \dots} \dots \quad (51)$$

$$\dots \frac{-[k_3 + c^2(k_1 + k_2)] [(M + Jc) p^2 + k_1 a_1^2 + k_2 b_1^2]}{+k_1 a_1^2 + k_2 b_1^2}.$$

Динамическая реакция в т. B имеет, таким образом, три максимальных и два минимальных значения.

На рис. 12 показана амплитудно-частотная характеристика динамической реакции R_B на примере модельных задач с параметрами: $M = 300$ кг, $J = 80$ кг м², $l_1 = 1$ м, $l_2 = 1,2$ м, $k_1 = 5 \cdot 10^5$ Н/м, $k_2 = 1,2 \cdot 10^5$ Н/м, $k_3 = 1,1 \cdot 10^5$ Н/м при разных значениях l_0 : $-0,3$; 0 ; $0,3$ м.

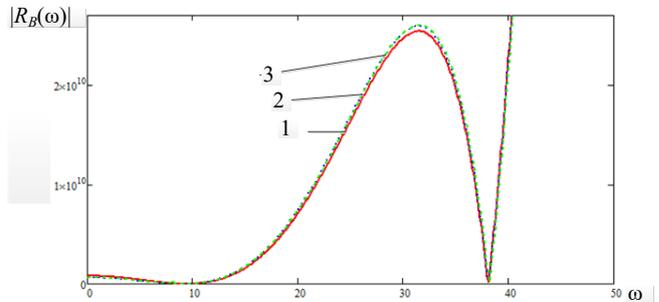


Рис. 12. Семейство амплитудно-частотных характеристик динамической реакции связей в т. B (закрепление упругого элемента k_3): 1 – $l_0 = -0,3$, 2 – $l_0 = 0$, 3 – $l_0 = 0,3$

Отметим, что динамическая реакция может иметь положительные и отрицательные значения; величина динамической реакции зависит как от параметров динамического состояния системы, так и от её геометрических параметров, а также может иметь минимальные и максимальные значения. Поскольку конструктивно-технические параметры узлов закрепления элементов с учетом значений постоянных составляющих реакций, вызванных статическим силовым нагружением, то в рассмотрении необходимо принимать значения полной реакции, представляет собой сумму статической и динамической составляющих. Резонансные процессы увеличения динамических составляющих реакции могут оказать негативное влияние на работоспособность

систем при наличии неудерживающих связей, что требует специального учета возникающих при таких связях эффектов.

VI. Возможности изменения динамического состояния системы при совместном действии двух возмущений

При рассмотрении системы (рис. 1, б) в координатах \bar{y}_1 и \bar{y}_2 и наличии коэффициента связности α между внешними силами Q_1 и Q_2 выражения для кинетической и потенциальной энергии системы с учётом дополнительной упругой связи k_3 (т. В) примут вид

$$T = \frac{1}{2} M \dot{\varphi}^2, \quad (52)$$

$$П = \frac{1}{2} k_1 y_1^2 + \frac{1}{2} k_3 y_B^2 + \frac{1}{2} k_2 y_2^2. \quad (53)$$

Отметим при этом, что выполняются соотношения

$$\begin{aligned} y_0 &= ay_1 + by_2, \varphi = c(y_2 - y_1), y_1 = y_0 - l_1 \varphi, \\ y_2 &= y_0 + l_2 \varphi, y_B = y_0 + l_0 \varphi, \end{aligned} \quad (54)$$

здесь $a = \frac{l_2}{l_1 + l_2}, b = \frac{l_1}{l_1 + l_2}, c = \frac{1}{l_1 + l_2}$.

Выражение (53) можно представить в виде

$$П = \frac{1}{2} k_1 y_1^2 + \frac{1}{2} k_3 [a_1 y_1 + b_1 y_2]^2 + \frac{1}{2} k_2 y_2^2, \quad (55)$$

где $a_1 = a - l_0 c; b_1 = b + l_0 c$.

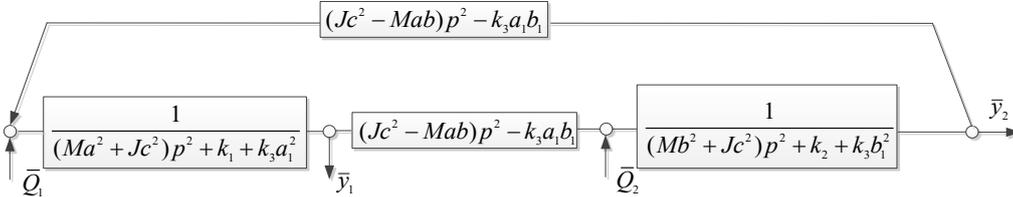


Рис. 13. Структурная схема системы по рис. 1, б

Используя структурную схему на рис. 13, найдём передаточные функции системы, отражающие совместное действие силовых факторов

$$\begin{aligned} W_1(p) &= \frac{\bar{y}_1}{Q_1} = \frac{(Mb^2 + Jc^2)p^2 + k_2 + k_3 b_1^2 + \dots}{A(p)} \\ &+ \alpha \frac{[(Jc^2 - Mab)p^2 - k_3 a_1 b_1]}{\dots}, \end{aligned} \quad (61)$$

а также передаточную функцию межпарциальных связей

$$W_2(p) = \frac{\bar{y}_2}{Q_1} = \frac{\alpha [(Ma^2 + Jc^2)p^2 + k_1 + k_3 a_1^2] + \dots}{A(p)} + \frac{(Jc^2 - Mab)p^2 - k_3 a_1 b_1}{\dots}, \quad (62)$$

$$W_{12}(p) = \frac{\bar{y}_2}{\bar{y}_1} = \frac{\alpha [(Ma^2 + Jc^2)p^2 + k_1 + k_3 a_1^2] + \dots}{(Mb^2 + Jc^2)p^2 + k_2 + k_3 b_1^2 + \dots} + \frac{(Jc^2 - Mab)p^2 - k_3 a_1 b_1}{\dots + \alpha [(Jc^2 - Mab)p^2 - k_3 a_1 b_1]}. \quad (63)$$

Запишем уравнения движения системы в координатах y_1, y_2 , что составит

$$\begin{aligned} y_1''(Ma^2 + Jc^2) + (k_1 + k_3 a_1^2) y_1 - \\ - y_2''(Jc^2 - Mab) + k_3 a_1 b_1 y_2 = Q_1(t), \end{aligned} \quad (56)$$

$$\begin{aligned} y_2''(Mb^2 + Jc^2) + (k_2 + k_3 b_1^2) y_2 - \\ - y_1''(Jc^2 - Mab) + k_3 a_1 b_1 y_1 = Q_2(t). \end{aligned} \quad (57)$$

После преобразований Лапласа при нулевых начальных условиях система уравнений (56), (57) в операторной форме будет представлена в виде

$$\begin{aligned} \bar{y}_1 [(Ma^2 + Jc^2)p^2 + k_1 + k_3 a_1^2] - \\ - \bar{y}_2 [(Jc^2 - Mab)p^2 - k_3 a_1 b_1] = \bar{Q}_1, \end{aligned} \quad (58)$$

$$\begin{aligned} \bar{y}_2 [(Mb^2 + Jc^2)p^2 + k_2 + k_3 b_1^2] - \\ - \bar{y}_1 [(Jc^2 - Mab)p^2 - k_3 a_1 b_1] = \bar{Q}_2. \end{aligned} \quad (59)$$

При действии двух связанных внешних синфазных гармонических воздействий выполняется условие

$$\bar{Q}_2 = \alpha \bar{Q}_1. \quad (60)$$

Структурная математическая модель системы имеет вид, как показано на рис. 13.

Характеристическое частотное уравнение системы имеет вид

$$\begin{aligned} A(p) = [(Ma^2 + Jc^2)p^2 + k_1 + k_3 a_1^2] [(Mb^2 + Jc^2) \times \\ \times p^2 + k_2 + k_3 b_1^2] - [(Jc^2 - Mab)p^2 - k_3 a_1 b_1]^2 = 0. \end{aligned} \quad (64)$$

В системе, согласно (61), по координате \bar{y}_1 возможен режим динамического гашения колебаний на частоте

$$\omega_{\text{дин}}^2 = \frac{k_2 + k_3 b_1 (b_1 - \alpha a_1)}{Ma(b - \alpha a) + Jc^2(1 + \alpha)}. \quad (65)$$

Парциальная частота системы n_1^2 определяется выражением

$$n_1^2 = \frac{k_1 + k_3 a_1^2}{Ma + Jc^2}. \quad (66)$$

Соответственно по координате \bar{y}_2 получим

$$\omega_{2дин}^2 = \frac{\alpha k_1 + a_1 k_3 \alpha (a_1 - b_1)}{Ma(\alpha a - b) + Jc^2(1 + \alpha)}. \quad (67)$$

Вторая парциальная частота определится выражением

$$n_2^2 = \frac{k_2 + k_3 b_1^2}{Mb + Jc^2}. \quad (68)$$

В данном случае режимы динамического гашения, реализующиеся по двум координатам, не совпадают с парциальными частотами, в отличие от случая с одним воздействием, когда динамическое гашение реализуется по координате приложения.

На рис. 13, а, б представлено семейство амплитудно-частотных характеристик при различных значениях α : рис. 13, а – (-5, -2, -1, 0); рис. 13, б – (0, 1, 2, 5). Параметры системы определяются условиями модельной задачи.

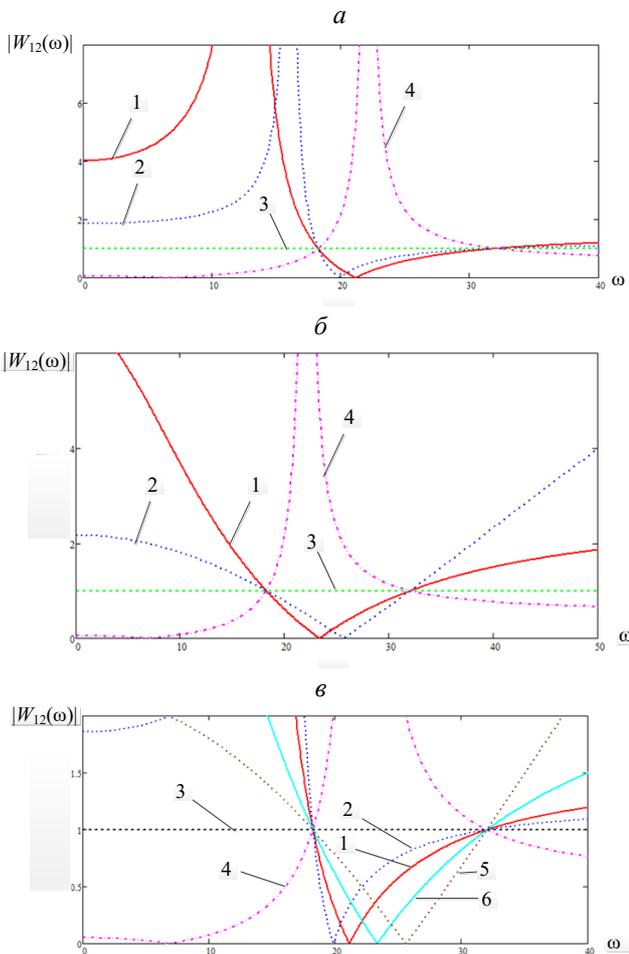


Рис. 13. Семейство амплитудно-частотных характеристик (АЧХ) системы по рис. 1, б при различных значениях коэффициента связности α : а) 1 – $\alpha = -5$, 2 – $\alpha = -2$, 3 – $\alpha = -1$, 4 – $\alpha = 0$; б) 1 – $\alpha = 0$, 2 – $\alpha = 1$, 3 – $\alpha = 2$, 4 – $\alpha = 5$; в) а) 1 – $\alpha = -5$, 2 – $\alpha = -2$, 3 – $\alpha = -1$, 1 (совпадают); 4 – $\alpha = 0$; 5 – $\alpha = 2$, 6 – $\alpha = 5$

Как показывает сравнительный анализ АЧХ, коэффициент связности оказывает существенное влияние на динамические свойства системы и может использоваться для коррекции, настройки и формирования структуры вибрационных полей технологических машин.

Если передаточная функция системы (выход-смещение, вход-силовой фактор) отображает свойства податливости, которое характеризует влияние силового фактора на определенных частотах, то иными свойствами обладает введённое выше понятие передаточной функции межпарциальных связей ($W_{12} = \bar{y}_2 / \bar{y}_1$); это понятие отражает, по существу, рычажные свойства и взаимозависимости в динамических состояниях системы; они также зависят от частоты и могут использоваться в различных задачах динамики вибрационных машин.

Таким образом, учёт особенностей динамического состояния вибрационных технологических машин с дополнительными упругими элементами в структуре реализуется на основе предложенного метода построения математических моделей. В данном случае дополнительные связи расположены несимметрично по длине рабочего органа и значительно варьируют первоначальные свойства системы. Такие изменения определяют появление новых динамических эффектов, для которых характерна научная новизна и возможно практическое применение в различных промышленных областях.

Применение рассматриваемого подхода предполагает использование нетрадиционной координатной системы для получения динамических жесткостей во всех точках соединения дополнительных элементов с рабочим органом технологической машины, что необходимо для нахождения динамических реакций в этих точках. Для усовершенствования используемых и формирования новых вибрационных технологических процессов могут быть использованы динамические эффекты, полученные в различных системах координат.

Заключение

Продолжена работа, начатая в I-ой части статьи, по развитию системных подходов в решении различных задач оценки и учёта динамических состояний технических объектов. Показано, что во многих задачах динамики различного назначения используются расчетные схемы в виде механических колебательных систем.

1. Предложены и развиты системные подходы и технологии системного анализа для оценки динамических состояний различных объектов, нагружаемых силовыми факторами определенной структуры.

2. Разработана методологическая основа построения структурных математических моделей для колебательных систем различного вида.

3. Показаны возможности достаточно детализированного анализа динамических свойств систем на основе использования структурных схем, передаточных функций систем и межпарциальных связей.

4. Рассмотрены характеристики задачи оценки динамических состояний систем, возникающих при введении дополнительных динамических связей; детализированы представления о приведённых динамических жесткостях; предложена методика их определения.

5. Получены аналитические результаты, отображающие возможности изменения динамических состояний систем при использовании эффектов связности действия силовых факторов, что позволяет существенным образом влиять на процессы изменения динамических свойств систем.

6. Предложена методика определения динамических реакций и соответствующих передаточных функций.

*Литература**References*

1. Елисеев А.В., Кузнецов Н.К., Московских А.О. Динамика машин. Системные представления, структурные схемы и связи элементов. М.: Инновационное машиностроение, 2019. 381 с.
2. Eliseev S.V., Eliseev A.V. Theory of oscillations. Structural mathematical modeling in problems of dynamics of technical objects. Cham: Springer Nature Switzerland AG, 2019. 521 p.
3. Быховский И.И. Основы теории вибрационной техники М.: Машиностроение, 1968. 362 с.
4. Елисеев С.В., Трофимов А.Н., Большаков Р.С. Вибрации и динамика машин: расчетные схемы, структуры и математические модели. Ч. I. // Машиностроение и безопасность жизнедеятельности. 2014. № 2 (20). С. 48-60.
5. Коган А.Я. Динамика пути и его взаимодействие с подвижным составом. М.: Транспорт, 1997. 325 с.
6. Хохлов А.А. Динамика сложных механических систем. М.: МИИТ, 2002. 172 с.
7. Ганиев Р.Ф., Кононенко В.О. Колебания твердых тел. М.: Наука, 1976. 432 с.
8. Фролов К.В., Фурман Ф.А. Прикладная теория виброзащитных систем. М.: Машиностроение, 1980. 276 с.
9. Большаков Р.С. Особенности вибрационных состояний транспортных и технологических машин. Динамические реакции и формы взаимодействия элементов. Новосибирск: Наука, 2020. 411 с.
10. Вьюнг К.Ч. Влияние инерционных связей на распределение амплитуд колебаний рабочего органа технологической вибрационной машины // Вестн. Брянского гос. технического ун-та. 2018. № 7 (68). С. 44-55.
11. Копылов Ю.Р. Динамика процессов виброударного упрочнения: моногр. Воронеж: ИПЦ «Научная книга», 2011. 569 с.
12. Блехман И.И. Вибрационная механика. М.: Наука, 1994. 394 с.
13. Вершинский С.В., Данилов В.И., Хусидов В.Д. Динамика вагона. М.: Транспорт, 1991. 360 с.
14. Вибрации в технике: справ. в 6-ти т. Защита оборудования от вибраций / под ред. К.В. Фролова. М.: Машиностроение, 1981. Т. 6. 452 с.
15. Ильин А.В., Емельянов С.В., Коровин С.К., Фомичев В.В., Фурсов А.С. Математические методы теории управления. Проблемы устойчивости, управляемости и наблюдаемости. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2014. 200 с.
16. Lalanne C. Mechanical vibrations shock. Specification development. Vol. V, Taylor Francis, 2002. Hermes Penton Ltd. USA. 320 p.
1. Eliseev A.V., Kuznecov N.K., Moskovskih A.O. Dynamics of machines. System conceptions, structural schemes and elements ties. M.: Innovacionnoe mashinostroenie, 2019. 381 p.
2. Eliseev S.V., Eliseev A.V. Theory of oscillations. Structural mathematical modeling in problems of dynamics of technical objects. Cham: Springer Nature Switzerland AG, 2019. 521 p.
3. Byhovskij I.I. Fundamentals of the theory of vibration technology M.: Mashinostroenie, 1968. 362 p.
4. Eliseev S.V., Trofimov A.N., Bol'shakov R.S. Vibrations and dynamics of machines: design schemes, structures and mathematical models. CH. I. // Engineering industry and life safety (EILS). 2014. № 2 (20). P. 48-60.
5. Kogan A.YA. Track dynamics and its interaction with rolling stock. M.: Transport, 1997. 325 p.
6. Hohlov A.A. Dynamics of Dynamics of complex mechanical systems. M.: MIIT, 2002. 172 p.
7. Ganiev R.F., Kononenko V.O. Oscillations of solids. M.: Nauka, 1976. 432 p.
8. Frolov K.V., Furman F.A. Applied theory of vibration protection systems. M.: Mashinostroenie, 1980. 276 p.
9. Bol'shakov R.S. Features of vibration conditions of transport and technological machines. Dynamic reactions and forms of interaction of elements. Novosibirsk: Nauka, 2020. 411 p.
10. Vyong K.CH. Influence of inertial connections on the distribution of vibration amplitudes of the working body of a technological vibration machine // Bulletin BSTU. 2018. № 7 (68). P. 44-55.
11. Kopylov YU.R. Dynamics of vibro-impact hardening processes: monogr. Voronezh: IPC «Nauchnaya kniga», 2011. 569 p.
12. Blekhan I.I. Vibration mechanics. M.: Nauka, 1994. 394 p.
13. Vershinskij S.V., Danilov V.I., Husidov V.D. The dynamics of the railway carriage. M.: Transport, 1991. 360 p.
14. Vibrations in technology: sprav. v 6-ti t. Equipment Vibration Protection / pod red. K.V. Frolova. M.: Mashinostroenie, 1981. V. 6. 452 p.
15. Il'in A.V., Emel'yanov S.V., Korovin S.K., Fomichev V.V., Fursov A.S. Mathematical methods of control theory. Problems of stability, controllability and observability. M.: FIZMATLIT, 2014. 200 p.
16. Lalanne C. Mechanical vibrations shock. Specification development. Vol. V, Taylor Francis, 2002. Hermes Penton Ltd. USA. 320 p.